I. Kohanová – M. Porkertová – M. Slavíčková – S. Švecová

8

Argumentácia v matematike

pre 8. ročník ZŠ
a 3. ročník GOŠ

2. zošit

Projekt **MaTeK**

Orbis**P**ictus**I**stropolitana

6 Pravouhlá sústava súradníc

A1 Dané sú body $A[1, 3]$, $B[5, -1]$, $C[-1, 1]$.
Bez znázorňovania v súradnicovej sústave odpovedz na nasledujúce otázky. Odpovede zdôvodni.

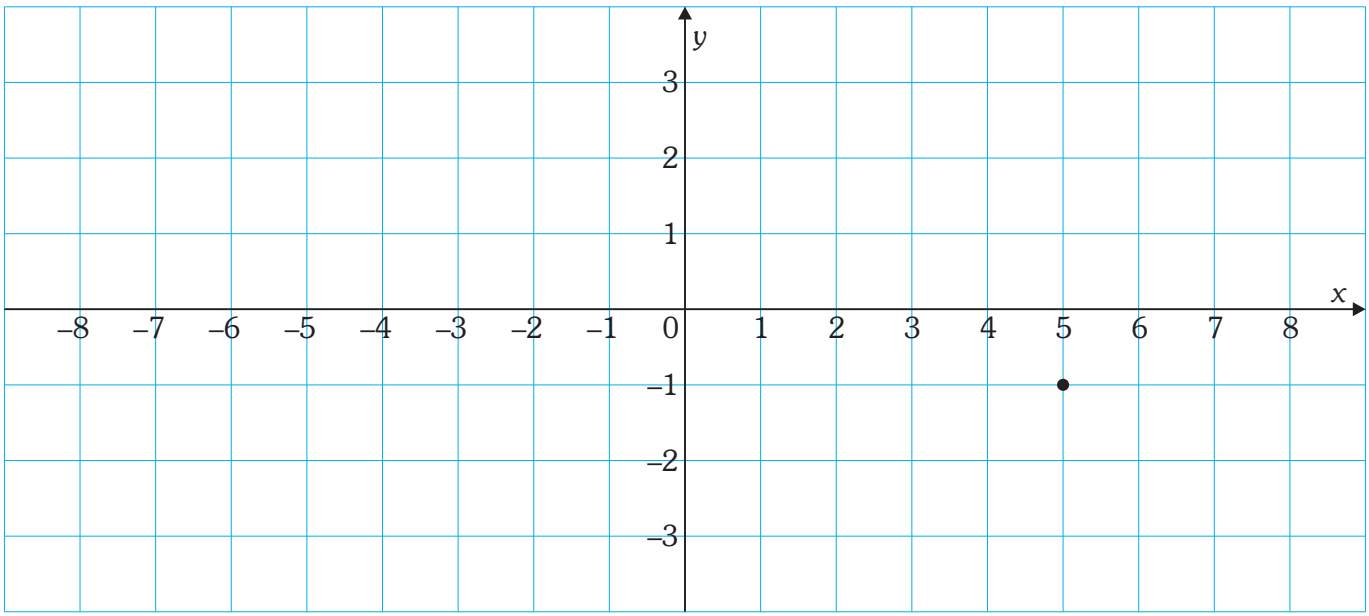
a Ktorý z bodov je najbližšie k osi x?

b Ktorý z bodov je najďalej od osi y?

c Existuje bod, ktorého vzdialenosť od súradnicových osí je rovnaká ako vzdialenosť bodu $B[5, -1]$, ale s inými súradnicami? Ak áno, je jediný? Vysvetli to.

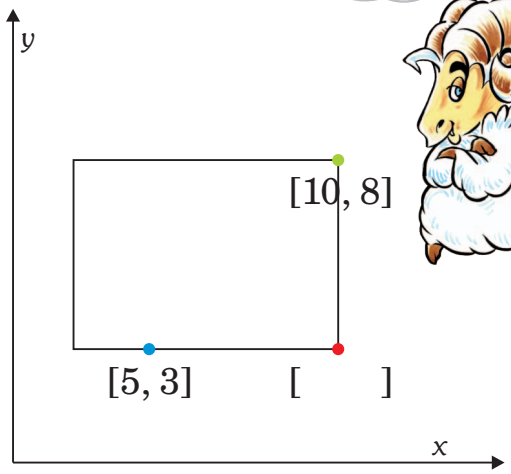
Tu si už môžeš pomôcť súradnicovou sústavou.

d Ak je bod C vrcholom štvorca $CMUK$, ktorého stred leží v počiatku súradnicovej sústavy, aké sú súradnice bodu U? Zdôvodni svoje riešenie.



A2

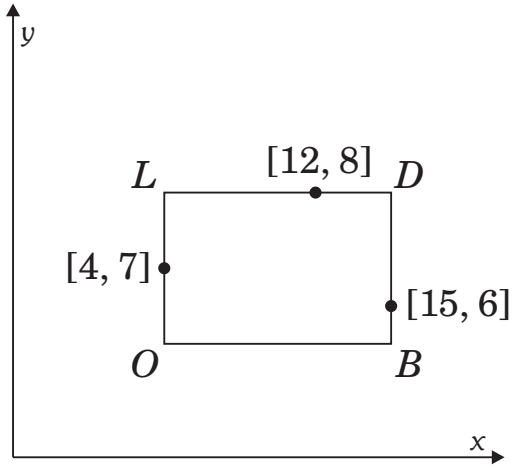
Urč súradnice červeného bodu, ak poznáš súradnice zeleného a modrého bodu, ktoré ležia na stranách obdĺžnika. Zdôvodni, prečo je tvoje riešenie správne.



A3

Žiaci mali určiť súradnice všetkých vrcholov obdĺžnika *OBDL*.
Nina sa prihlásila a povedala: „To sa nedá! Presnejšie, nie pre všetky body."

a Má Nina pravdu? Prečo?

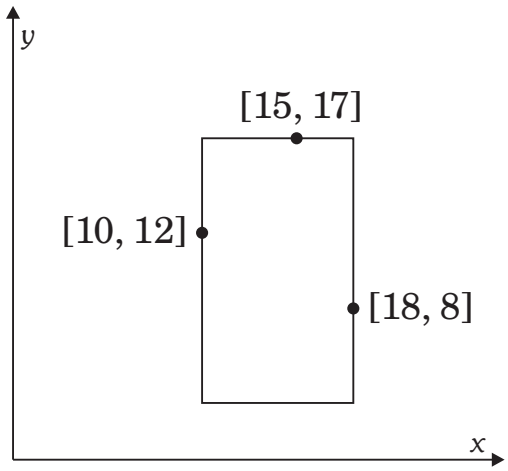


b Urč súradnice vrcholov *O, B, D, L*.

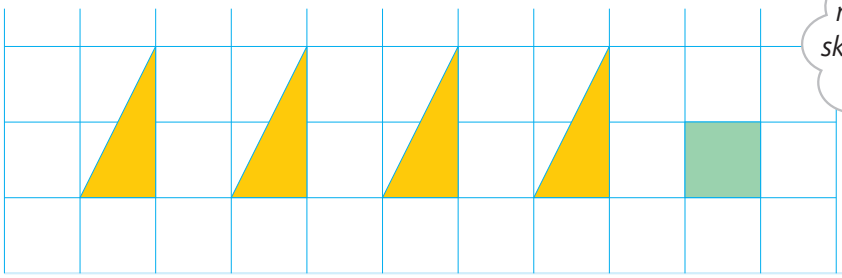
A4

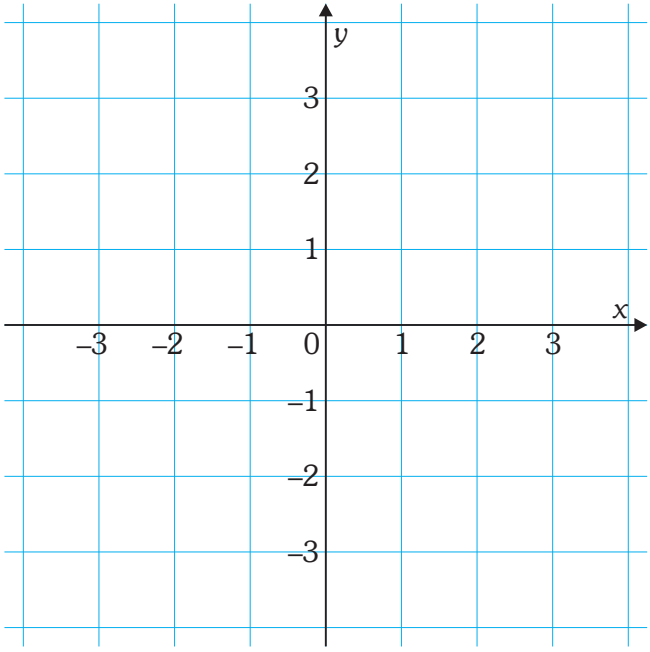
V súradnicovej sústave je daný obdĺžnik a tri body na jeho stranách.
Pre každý bod v tabuľke rozhodni, či leží vnútri, na strane alebo mimo obdĺžnika.

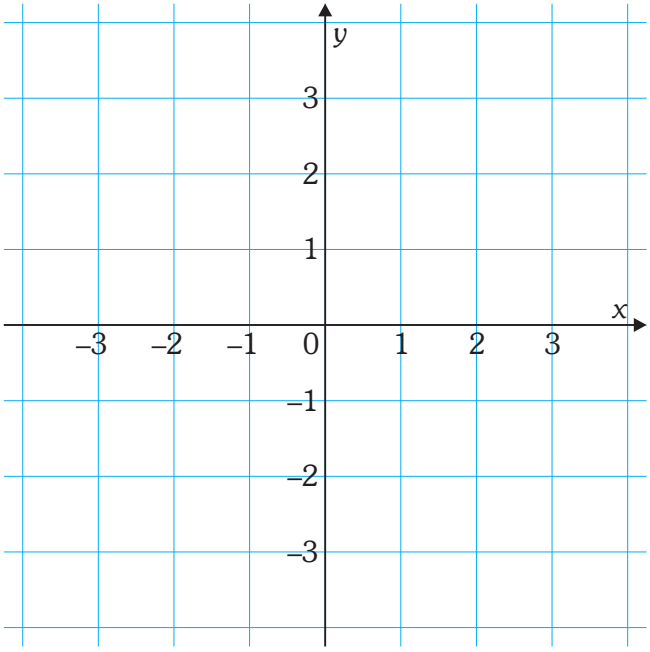
	Vnútri	Na strane	Mimo
A [12, 10]			
B [15, 18]			
C [8, 10]			
D [17, 17]			
E [13, 9]			
F [10, 2]			
G [18, –1]			

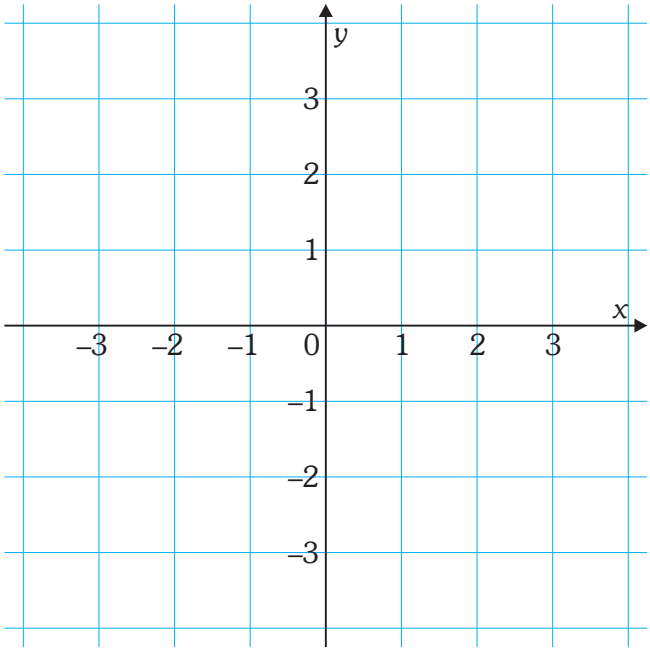


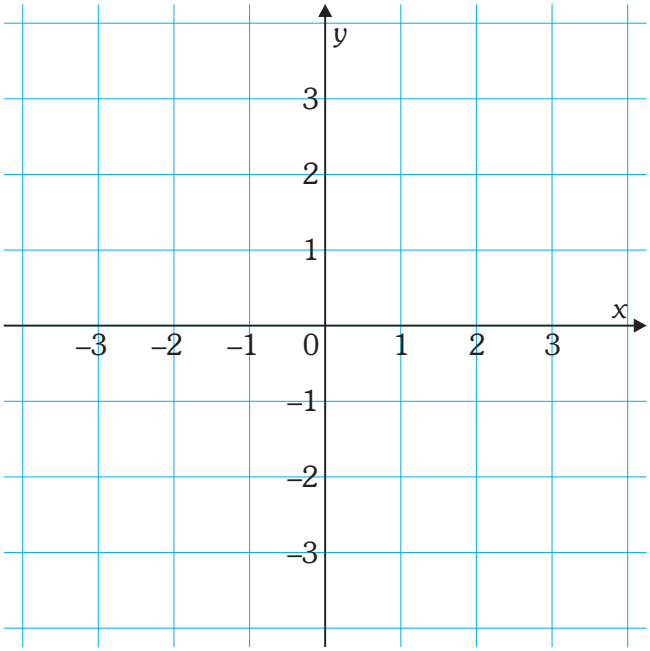
A5 Žiaci dostali päť častí skladačky, z ktorých mali poskladať štvorec a nalepiť ho do súradnicovej sústavy tak, aby jeden z jeho vrcholov ležal v bode [0, 0]. Podmienkou však bolo, aby všetky jeho ostatné vrcholy boli mrežovými bodmi. Spolužiaci Ivka a Mišo majú rôzne riešenia.
Rozhodni, kto z nich má pravdu.

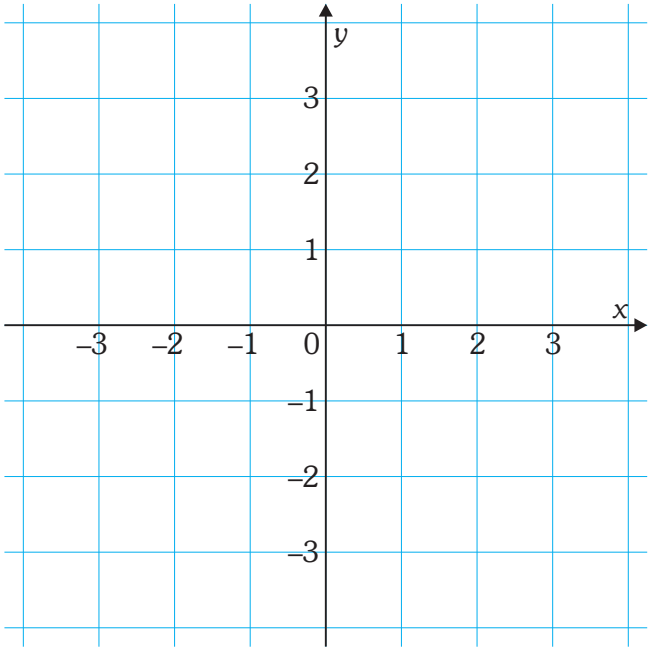


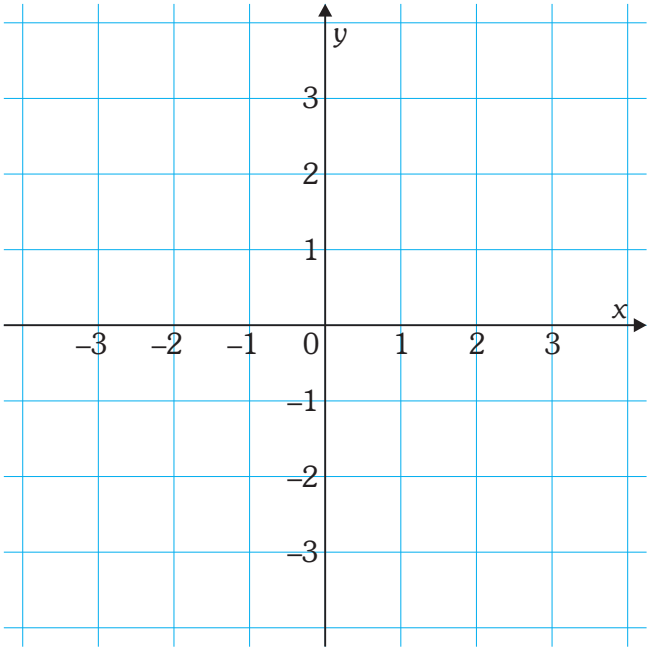

y
x
3
2
1
–3 –2 –1 0 1 2 3
–1
–2
–3


y
x
3
2
1
–3 –2 –1 0 1 2 3
–1
–2
–3


y
x
3
2
1
–3 –2 –1 0 1 2 3
–1
–2
–3

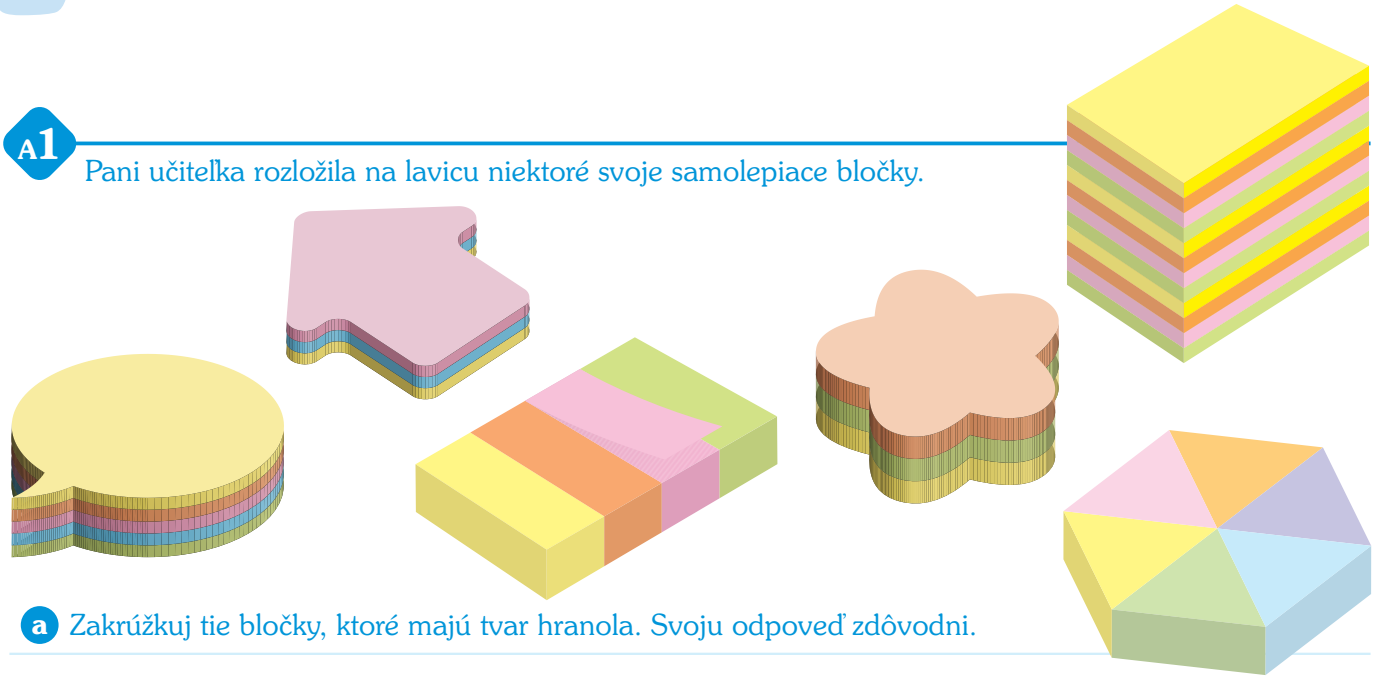

y
x
3
2
1
–3 –2 –1 0 1 2 3
–1
–2
–3


y
x
3
2
1
–3 –2 –1 0 1 2 3
–1
–2
–3


y
x
3
2
1
–3 –2 –1 0 1 2 3
–1
–2
–3

7 Hranoly

A1 Pani učiteľka rozložila na lavicu niektoré svoje samolepiace bločky.



a Zakrúžkuj tie bločky, ktoré majú tvar hranola. Svoju odpoveď zdôvodni.

b Bolo by možné niektoré z bločkov „prerobiť“ na hranoly bez toho, aby „výrazne“ zmenili svoj tvar?

c Pani učiteľka nalepila na lavicu z ďalších bločkov iba jednotlivé papieriky.
Urč, koľko stien má hranol s takou podstavou.

Počet stien: Počet stien: Počet stien:

A2

Rozhodni, či sú nasledujúce tvrdenia pravdivé alebo nepravdivé. Zdôvodni, prečo si to myslíš.

a Všetky hranoly sú pravidelné. **pravda – nepravda**

Lebo

b Niektoré hranoly sú kvádre. **pravda – nepravda**

Lebo

c Každý pravidelný hranol má aspoň jednu dvojicu navzájom rovnobežných bočných stien.

pravda – nepravda

Lebo

d Ak je hranol kolmý, tak aj uhlopriečky v jeho podstavách sú na seba kolmé. **pravda – nepravda**

Lebo

e Všetky hranoly majú párny počet stien. **pravda – nepravda**

Lebo

f Najmenší možný počet stien hranola je 5. **pravda – nepravda**

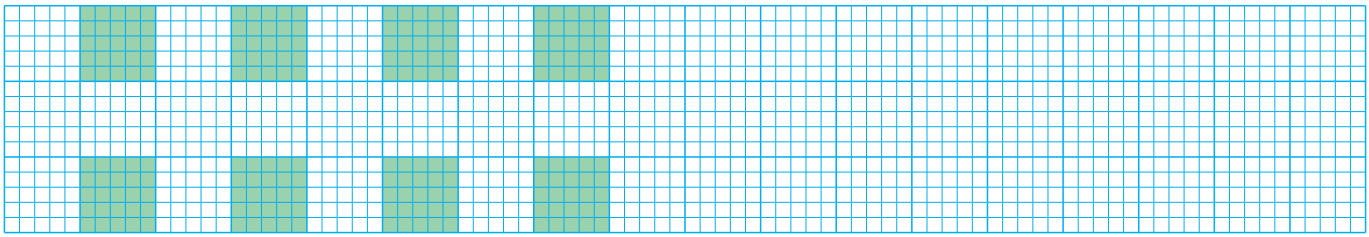
Lebo

g Niektoré hranoly majú bočné steny v tvare trojuholníka. **pravda – nepravda**

Lebo

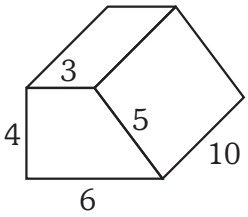
A3

Útvary na obrázku sú podstavy a bočné steny hranola.
Dá sa z nich poskladať hranol bez toho, aby nejaký útvar zvýšil?



Ak nie, najmenej koľko útvarov treba pridať, aby sa dala sieť poskladať? Aký musia mať útvary tvar?

A4 Adam, Betka a Cyril mali za úlohu vypočítať objem telesa, ktoré je na obrázku. Vymysleli nasledujúce riešenia.



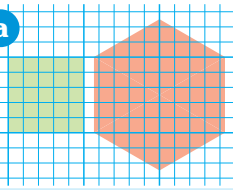
a Má niekto z nich pravdu? Vysvetli svoje rozhodnutie.

b Vysvetli, ako objem vypočítaš ty.

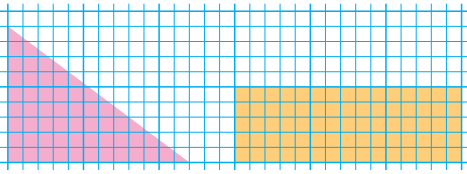
c Pani učiteľka žiakom poradila, aby si predstavili dve takéto telesá a skúsili z nich zložiť jedno, jednoduchšie teleso. Vraj im to vo výpočte pomôže. Čo tým myslela? Vysvetli jej nápad.

A5 Dokresli všetky zvyšné steny tak, aby sa z nich dala vyskladať sieť hranola.

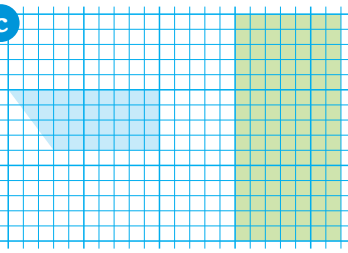
a



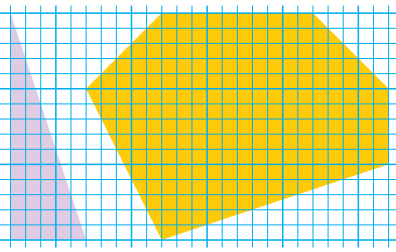
b



c



d



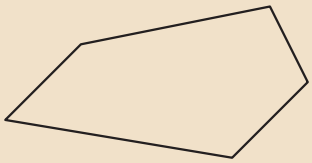
A6

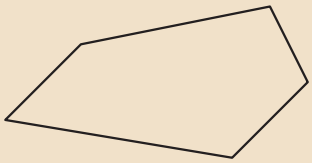
Matej si niektoré telesá nevie dobre predstaviť, preto mu s tým Janka pomáha.
Spolu si dopisovali cez počítač. Doplň ich komunikáciu a dokresli potrebné obrázky.

a

Vedela by si nakresliť dva hranoly s rovnakými podstavami, ale rozdielnymi plášťami?

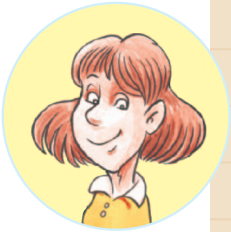
Jasné! Hranoly budú mať rovnaké podstavy, ale rôzne _____, preto ich plášte _____ rovnaké.



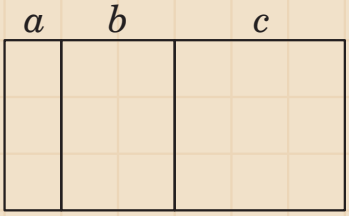


b

Vedela by si nakresliť aj dva hranoly s rovnakými plášťami, ale rozdielnymi podstavami?



Predstav si, že plášť hranola by vyzeral takto...



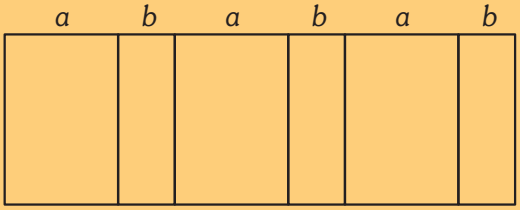
Potom podstava by bol trojuholník so stranami _____ a ten je len jeden.
Podstavy hranola sú vždy _____.
Ak sú rovnaké plášte, budú rovnaké aj _____.

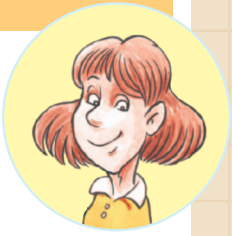
Ale keby som nakreslil rovnaký obdĺžnik a jeho dlhšiu stranu by som rozdelil na 3 rozličné úseky, bol by to rovnaký plášť, ale podstavy by boli iné trojuholníky.

Áno, ale iba ak by si sa na plášť pozeral ako na jeden útvar, na ktorom nie sú znázornené jednotlivé _____ hranola.

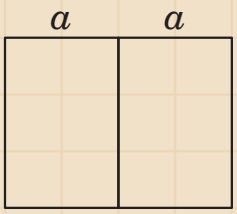
c

Keby mal hranol takýto obdĺžnikový plášť, mohol by vzniknúť iný hranol, ale s rovnakými stenami?





Zaujímavá otázka! Ak chceme iný hranol, ale rovnaký tvar bočných stien, tak musíme zmeniť ich _____.
Zmeníme tak aj tvar _____. Čiže všetky steny hranola už _____.
Nakreslím ti to a ty to dokonči.



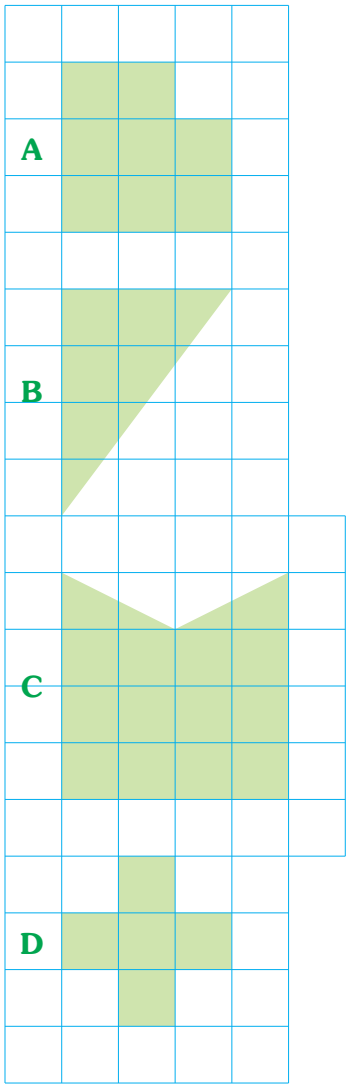
A7

Na obrázku sú podstavy hranolov A, B, C, D.
Žiaci mali určiť, ktorý z nich je najvyšší, ak je objem všetkých štyroch rovnaký.

Hana: „Podstava hranola **A** má obsah 8 štvorčekov, podstava **B** má polovicu z $3 \cdot 4$, teda 6, podstava **C** má $4 \cdot 4 - 2$ štvorčeky, teda 14, a podstava **D** má obsah 5 štvorčekov.
Všetky hranoly majú mať rovnaký objem.
Keby to bolo 100 cm³, pre hranol **A** by platilo $100 = 8 \cdot v$, čiže by mal výšku $v_A = 12{,}5$ cm.
Výšky ostatných hranolov:
$v_B = 100 : 6 \doteq 16{,}67$ cm
$v_C = 100 : 14 \doteq 7{,}14$ cm
$v_D = 100 : 5 = 20$ cm
Najvyšší by bol hranol **D**.

Igor: „A čo keby ich objem nebol 100 cm³?
Hana nemôže takto počítať! To sa vlastne ani nedá určiť, keď nepoznáme objem hranolov!“

Ema: „Objem ľubovoľného hranola je $V = S_p \cdot v$.
Obsahy podstáv poznám: 8, 6, 14 a 5 štvorčekov.
Objem hranolov je rovnaký, označím ho V.
Potom pre výšky hranolov platí:
$v_A = V : 8$ $v_B = V : 6$ $v_C = V : 14$ $v_D = V : 5$
Ak chcem dostať najväčšiu výšku, musím objem V vydeliť najmenším číslom.
(To je ako keď delím ten istý počet cukríkov medzi 5, 6, 8 alebo 14 detí.
Čím menej detí bude, tým viac cukríkov každé dieťa dostane.)
Najvyššiu výšku má hranol **D**, lebo má najmenšiu podstavu.“

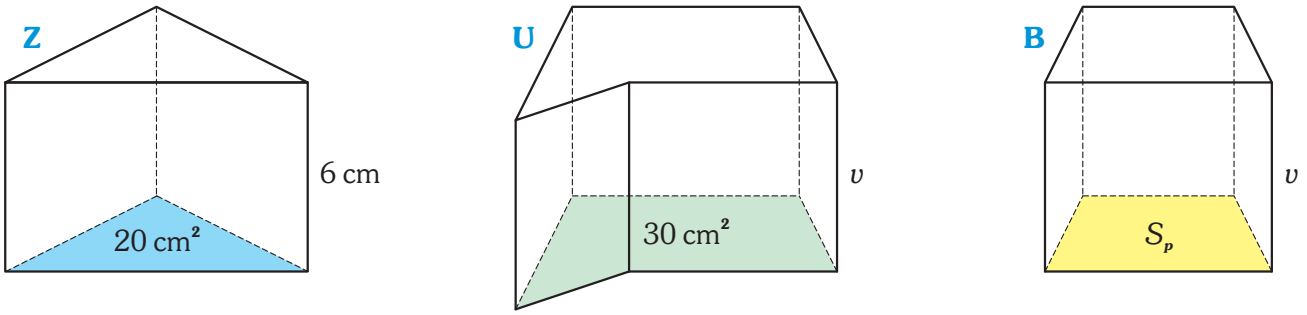


a Čie riešenie by sme podľa teba mali uznať ako správne? Zdôvodni to.

b Komu by podľa teba pani učiteľka dala najviac bodov za riešenie úlohy a prečo?

A8

Doplň chýbajúce údaje, ak vieš, že hranoly Z, U, B majú rovnaký objem a že obsah podstavy hranola B je deliteľný 5 a zároveň je menší ako 50 cm².
Všetky hľadané údaje sú celočíselné.



Objem hranola Z je _____ cm³, lebo _____

Objem hranola U je _____ cm³.

Obsah podstavy hranola U je _____ cm³.

Výška hranola U je _____ cm, lebo _____

Objem hranola B je _____ cm³.

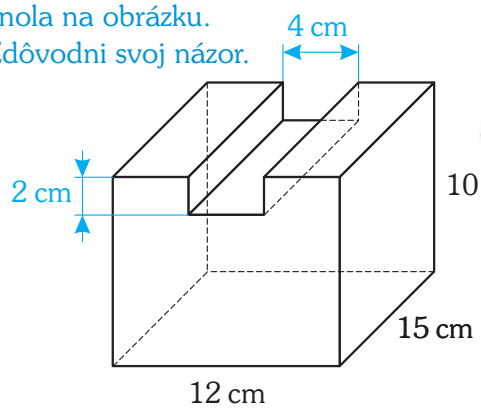
Obsah podstavy hranola U

môže byť _____ cm³, lebo _____

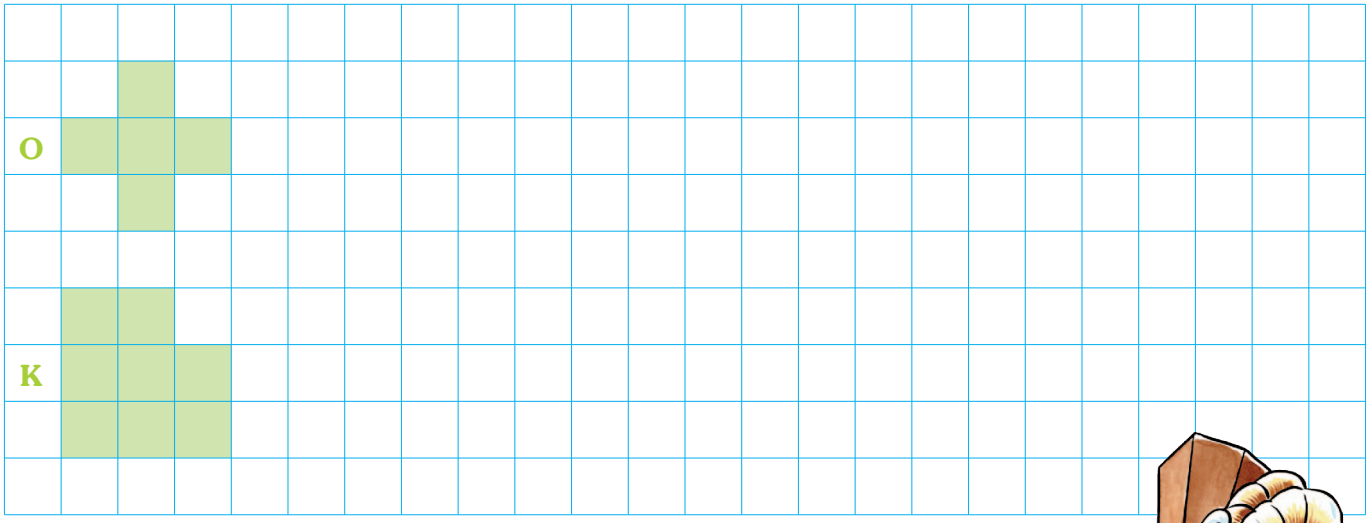
S_p						
v						

A9

Lukáš mal určiť povrch hranola na obrázku.
Je jeho riešenie správne? Zdôvodni svoj názor.



A10 Sú dané hranoly O a K, ktorých podstavy sú na obrázku. Výška oboch hranolov sú 3 jednotky.

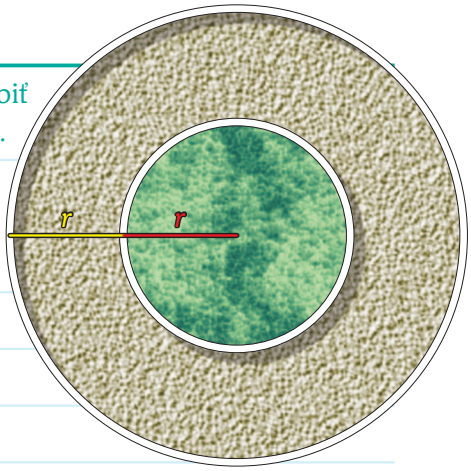


a Načrtni celkový útvar, ktorý vznikne rozvinutím ich plášťov do štvorčekovej siete.

b Nakresli ďalšie možné podstavy hranola L tak, aby mal jeho rozvinutý plášť rovnaký celkový tvar ako rozvinutý plášť hranola O.

8 Kružnica a kruh

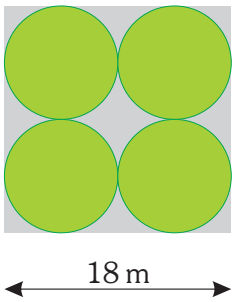
A1 Hanka má v záhrade kruhový záhon s kvetmi. Okolo záhona chce urobiť chodník z kamienkov, ktorý bude z oboch strán ohradený obrubníkom.



a Keďže šírka chodníka je rovnaká ako polomer záhonu, vonkajší obrubník Hanka odrezala 2-krát dlhší ako vnútorný. Bude jej táto dĺžka stačiť? Zdôvodni svoj názor.

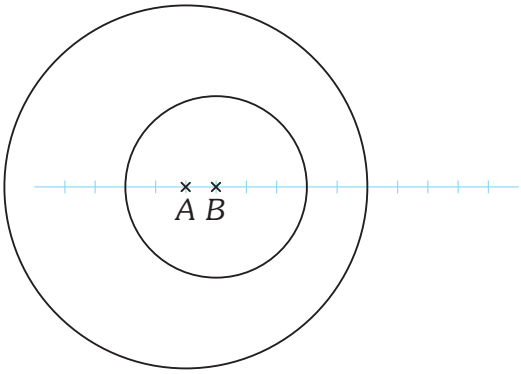
b Hanka chce vypočítať plochu chodníka, aby kúpila dostatočné množstvo kamienkov na jeho vysypanie. Je táto plocha dvojnásobkom plochy kvetinového záhona, alebo sú obe plochy rovnaké?

A2 Na malej farme plánujú na štvorcovom pozemku chovať sliepky vo voľnom výbehu. Na obrázku je pôdorys pozemku so štyrmi rovnako veľkými kruhovými výbehmi. Podľa smernice chov vo voľnom výbehu spĺňa parametre vtedy, keď na každú sliepku pripadajú aspoň 4 m² výbehu.
Môžu majitelia farmy chovať v týchto výbehoch spolu 60 sliepok? Svoju odpoveď zdôvodni.

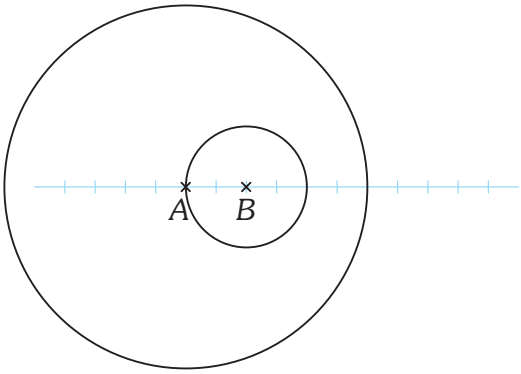


A3 Na obrázku sú dve kružnice. Väčšia z nich, kružnica so stredom v bode *A*, má polomer 6 cm. O polomere menšej kružnice so stredom v bode *B* vieme iba to, že je vyjadrený celým číslom.

a Aký polomer môže mať kružnica so stredom v bode *B* v nasledujúcich situáciách? Nájdi všetky možnosti.

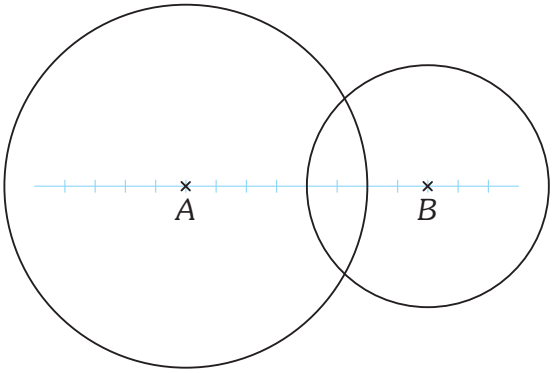


- Bod *B* je vzdialený 1 cm od bodu *A*.
- Kružnice nemajú žiaden spoločný bod.

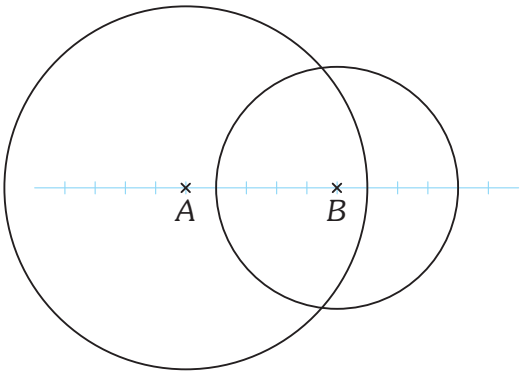


- Menšia kružnica sa nachádza vo vnútri väčšej kružnice.
- Kružnice nemajú žiaden spoločný bod.
- Menšia kružnica prechádza cez stred *A*.

b Aká môže byť celočíselná vzdialenosť bodov *A* a *B* v nasledujúcich situáciách? Nájdi všetky možnosti.



- Polomer kružnice so stredom v bode *B* je 4 cm.
- Kružnice majú dva spoločné body.
- Bod *B* leží mimo väčšej kružnice.



- Polomer kružnice so stredom v bode *B* je 4 cm.
- Kružnice majú dva spoločné body.
- Bod *B* leží vo vnútri väčšej kružnice.

A4

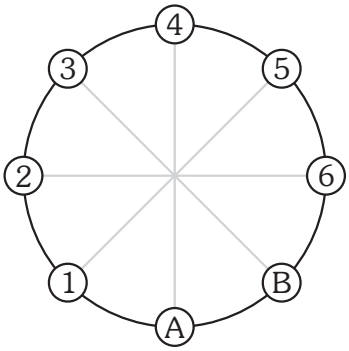
Z farebného papiera sme vystrihli tri útvary – kruh s priemerom 4 cm, štvorec so stranou 4 cm, a rovnostranný trojuholník so stranou 4 cm. Chceme položiť na seba dva z nich tak, aby vrchný útvar zakryl celý spodný útvar.
Dá sa nájsť taká dvojica? Zdôvodni svoju odpoveď.

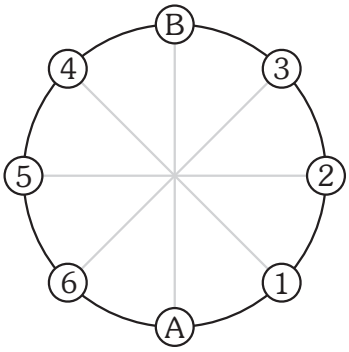
A5

Na školskom dvore vybudovali pre deti nové ihrisko. Pribudol tam aj šliapací kolotoč, na ktorom sa môže viezť súčasne 8 detí. Adam, Baja a Gabika si popri vození na kolotoči chceli precvičiť nové učivo o pravouhlých trojuholníkoch. A tak si na sedadlá kolotoča sadali tak, aby sedeli vždy na vrcholoch pravouhlého trojuholníka. Miesta, kde sedí Adam a Baja sú označené písmenami *A* a *B*.

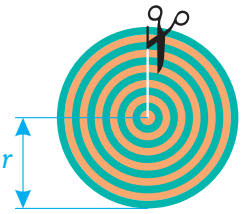
a Vieš, ktoré učivo si na kolotoči deti precvičovali?

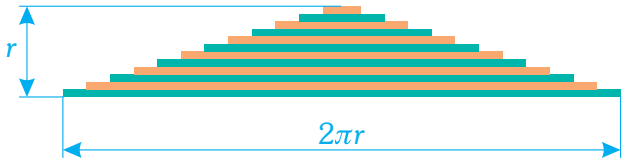
b Na ktoré sedadlo si teda môže Gabika sadnúť? Zdôvodni svoju odpoveď.





A6 Hanka našla na internete iné odvodenie vzorca na výpočet obsahu kruhu než to, ktoré sa učili v škole. Snažila sa pochopiť, čo obrázok ukazuje a ako sa k vzorcu $S = \pi \cdot r \cdot r$ dopracovať. Preskúmaj obrázok, opíš, čo sa s kruhom deje, a vysvetli, ako možno k vzorcu dospieť.



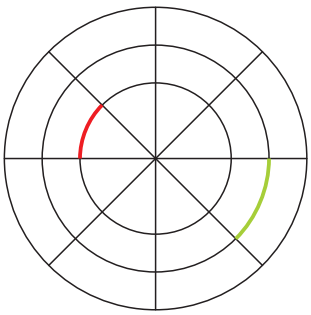


A7 Viktor, Mišo a Maťo si chcú objednať pizzu z pizzérie *Repríza*.

a Kto má pravdu a prečo?

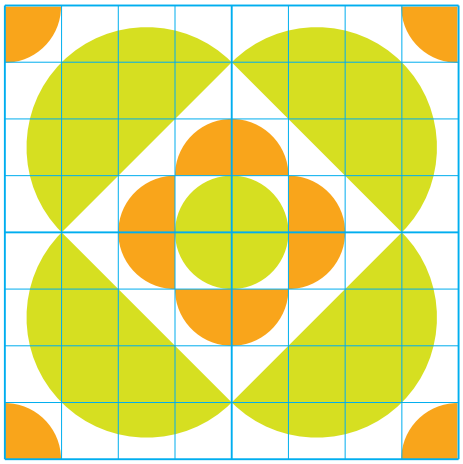
b Predavač im povedal: *„Ak máte radi okraj pizze, dajte si každý malú pizzu S. Budete mať okrajov viac ako na jednej XXL pizzi“.*
Má predavač pravdu? Zdôvodni svoju odpoveď.

A8 Každá z troch sústredných kružníc je rozdelená na 6 rovnakých častí. Porovnaj dĺžky červeného a zeleného oblúka bez akéhokoľvek výpočtu a merania. Zdôvodni svoj výsledok.



A9

Pani učiteľka prekreslila žiakom geometrický vzor zo svojej návliečky na vankúš. Ich úlohou bolo určiť, či prevažuje zelená alebo oranžová plocha. Posúď pravdivosť žiackych tvrdení.



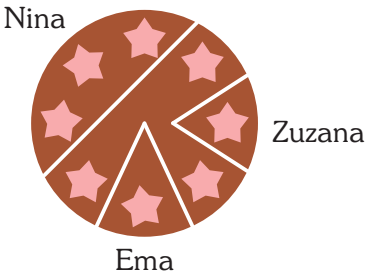
Tamara: „Oranžové štvrťkruhy v rohoch vytvoria jeden kruh, oranžové polkruhy vytvoria spolu dva kruhy. To sú spolu tri kruhy. Zelené polkruhy vytvoria spolu dva kruhy a s prostredným zeleným sú to tiež tri kruhy. Zelené a oranžové plochy sú rovnaké.“

Oliver: „Kdeže… Zelenej plochy je určite viac, to vidím.“

Robo: „Keď nie sú v obrázku napísané presné veľkosti polomerov alebo priemerov, tak nevieme tvrdiť nič.“

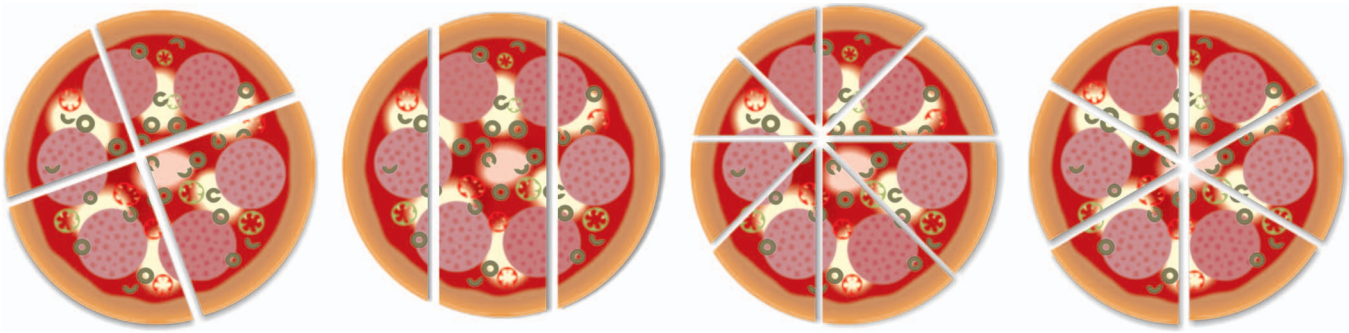
A10

Sestry Nina, Ema a Zuzana sú veľké maškrtnice. Nevydržali, kým im mama rozkrája tortu, a každá z nich si kúsok odkrojila sama. Má niektorý z týchto kúskov tvar kruhového výseku?



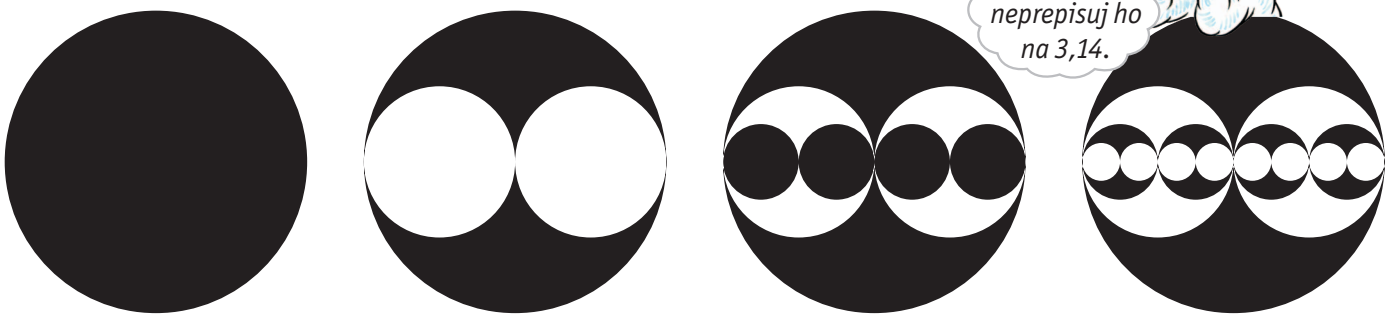
A11

Chlapci spolu sledovali futbalový zápas a popritom si pripravili pizzu. Každý z nich svoju pizzu rozkrájal inak. Rozkrájal si niekto pizzu na kruhové výseky?



Adam Braňo Cyril Dávid

A12 Z obrázku 1 (čierny kruh s polomerom 16) vznikol obrázok 2 tak, že sme doň nalepili dva biele kruhy s polomerom dvakrát menším, ako má čierny kruh. Podobne sme postupovali ďalej – na biele kruhy v obrázku 2 sme nalepili 4 čierne kruhy s polomerom dvakrát menším, ako majú biele kruhy.



Obrázok 1 Obrázok 2 Obrázok 3 Obrázok 4

a Urč, akú časť obrázka 2 tvorí čierna a akú biela farba.

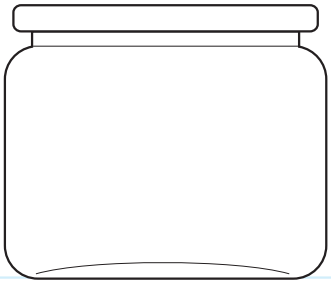
b Urč, akú časť obrázka 3 tvorí čierna a akú biela farba.

c Urč, akú časť obrázka 4 tvorí čierna a akú biela farba.

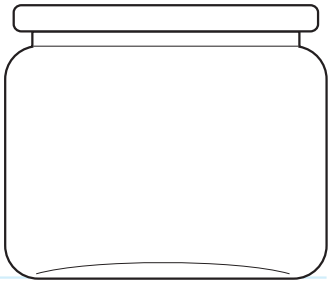
9 Pravdepodobnosť a štatistika

A1 Do nádoby dokresli lentilky rôznych farieb tak, aby pravdepodobnosť náhodného vytiahnutia

a červenej lentilky bola 30 % a súčasne žltej lentilky bola jedna pätina. Zdôvodni susedovi správnosť svojho riešenia.

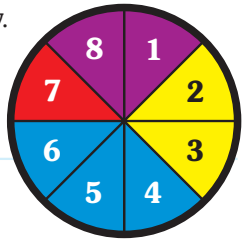


b červenej alebo oranžovej lentilky bola 60 % a súčasne modrej alebo žltej lentilky bola 30 %. Zdôvodni susedovi správnosť svojho riešenia.



A2 Saša chce na svojej narodeninovej oslave trochu zábavy a tak vymyslela hru *Koleso Saša* s takýmito pravidlami:

Ak vytočíš červené pole, vyhráš 60 bodov.
Ak vytočíš žlté pole, vyhráš 20 bodov.
Ak vytočíš modré pole, prehráš 15 bodov.
Ak vytočíš fialové pole, prehráš 5 bodov.

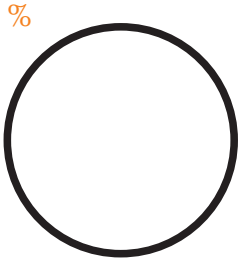


a Po niekoľkých kolách mala Sašina kamarátka Kristína 65 bodov. Je pravdepodobnejšie, že po ďalšom kole bude mať 85 bodov alebo 60 bodov?

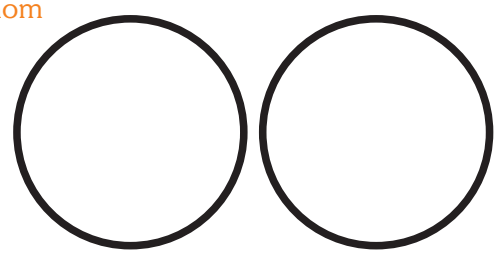
b Kristína napokon skončila s 50 bodmi a povedala: *„To nie je fér, v tejto hre skôr prehráš, ako vyhráš!“* Saša: *„Ale spolu môžeš vyhrať až 100 bodov, pričom prehrať môžeš len 55 bodov. Takže to je fér!“* S ktorou z nich súhlasíš? Zdôvodni svoju odpoveď.

A3

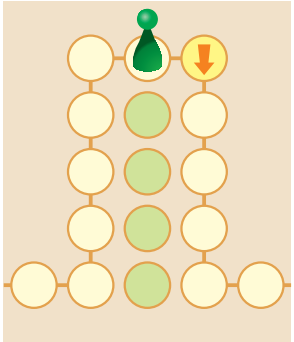
a Nakresli koleso šťastia, v ktorom pravdepodobnosť toho, že koleso zastane na zelenom poli, je 30 % a na modrom 40 %.

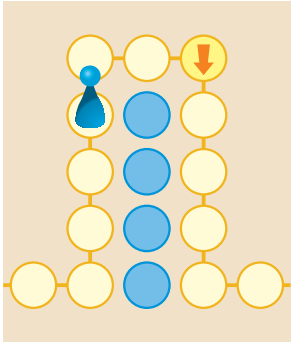


b Nakresli dve rôzne kolesá šťastia, v ktorých pravdepodobnosť toho, že koleso zastane na červenom poli je $\frac{2}{3}$.



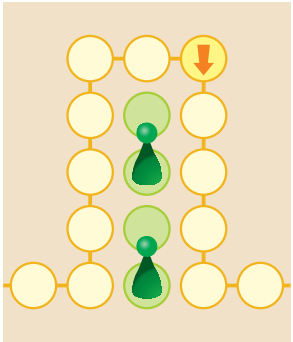
A4 Lea s Jurkom sa hrajú Človeče nehnevaj sa.
Lea hrá so zelenými panáčikmi, Jurko s modrými.
Obaja sa blížia do domčeka.





a Vysvetli, u koho je väčšia pravdepodobnosť, že sa po ďalšom hode dostane do domčeka.

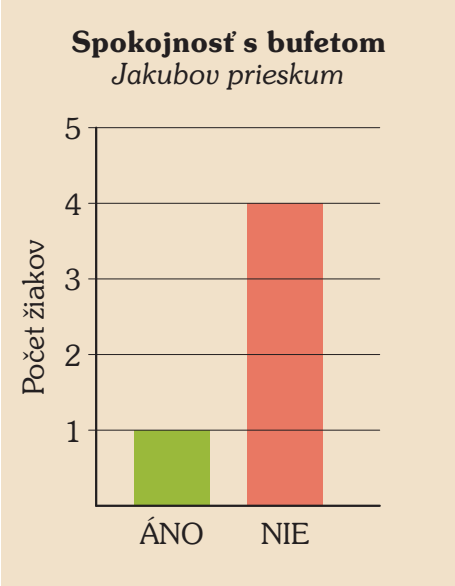
b Neskôr sa Lea dostala k domčeku s tretím panáčikom. Vysvetli, na ktorých políčkach by mohol jej panáčik stáť, aby sa po ďalšom hode dostala do domčeka s pravdepodobnosťou $\frac{1}{3}$.

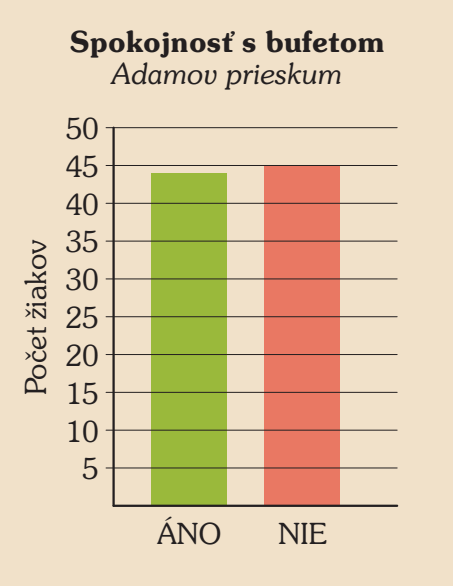


c Predstavme si situáciu, že Jurko stojí pred prázdnym domčekom. Na ktorom políčku by musel stáť, aby pravdepodobnosť, že sa pri nasledujúcom hode dostane do domčeka, bola 100 % ?

d Na ktorom políčku by musel Jurko stáť, aby bola jeho pravdepodobnosť dostať sa po ďalšom hode do domčeka nulová? Vysvetli to.

A5 Na ZŠ Dubová chodí spolu 425 žiakov. Jakub a Adam urobili v ten istý deň medzi žiakmi školy prieskum. Svoje výsledky prezentovali stĺpcovým diagramom.





a Ktoré závery možno odvodiť z Jakubovho prieskumu a ktoré z Adamovho?

b V čom je rozdiel medzi Jakubovým a Adamovým prieskumom?

c Ktorý diagram dáva lepší obraz o tom, čo si žiaci ZŠ Dubová myslia o bufete? Svoju odpoveď zdôvodni.

A6 Sledovatelia influencera NAMNAM sa zúčastnili ankety o svojom najobľúbenejšom jedle. Ich odpovede sú graficky znázornené dvomi rôznymi spôsobmi.

Diagram 1
Najobľúbenejšie jedlo

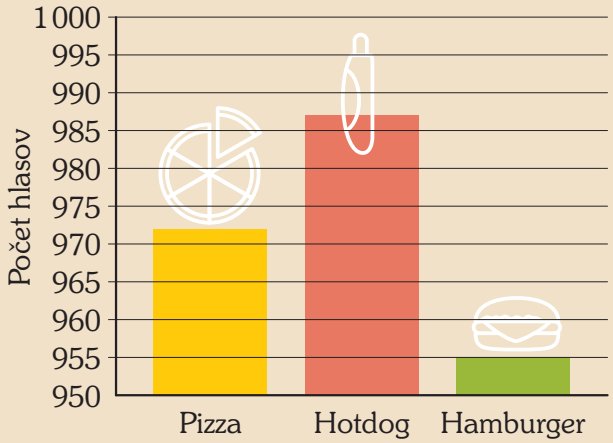
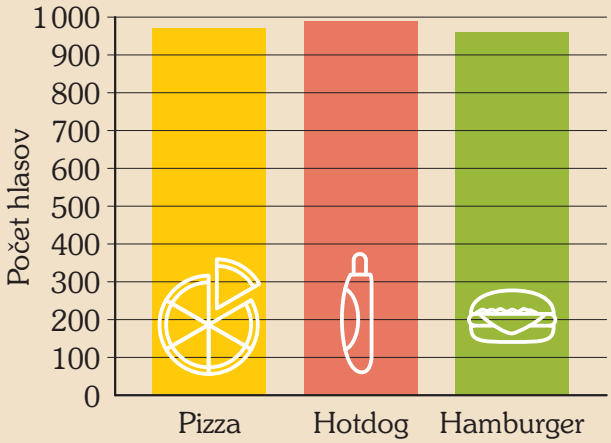


Diagram 2
Najobľúbenejšie jedlo



a Zhodnoť, do akej miery súhlasíš s týmito tvrdeniami:

Tvrdenie 1:
Diagram 1 ukazuje, že sledovatelia obľubujú hamburger oveľa menej ako hotdog.

Tvrdenie 2:
Diagram 2 ukazuje, že sledovatelia obľubujú hamburger len o trošku menej ako hotdog.

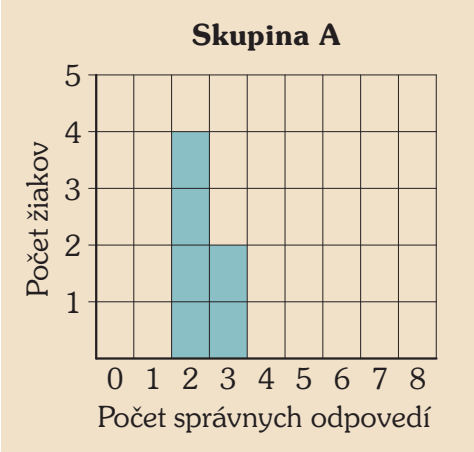
b Približne o koľko menej sledovateľov, ktorí sa zúčastnili ankety, obľubuje hamburger menej ako hot dog? Z ktorého diagramu to vieš lepšie určiť?

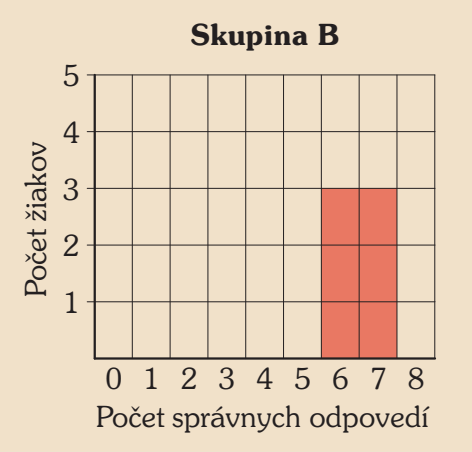
c Ktorý diagram dáva lepší obraz o výsledkoch prieskumu? Zdôvodni svoju odpoveď.

d Aký titulok by bol vhodný pre diagram 1?

A7 Pani učiteľka zostavila pre deviatakov dva varianty testu s ôsmimi úlohami. Výsledky skupín A a B zobrazila graficky – znázornila počty žiakov, ktorí dosiahli určitý počet správnych odpovedí.

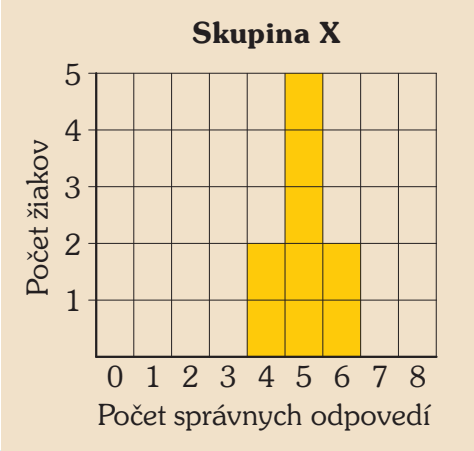
Možno bez počítania priemeru povedať, ktorá skupina dopadla v teste lepšie? Zdôvodni svoju odpoveď.





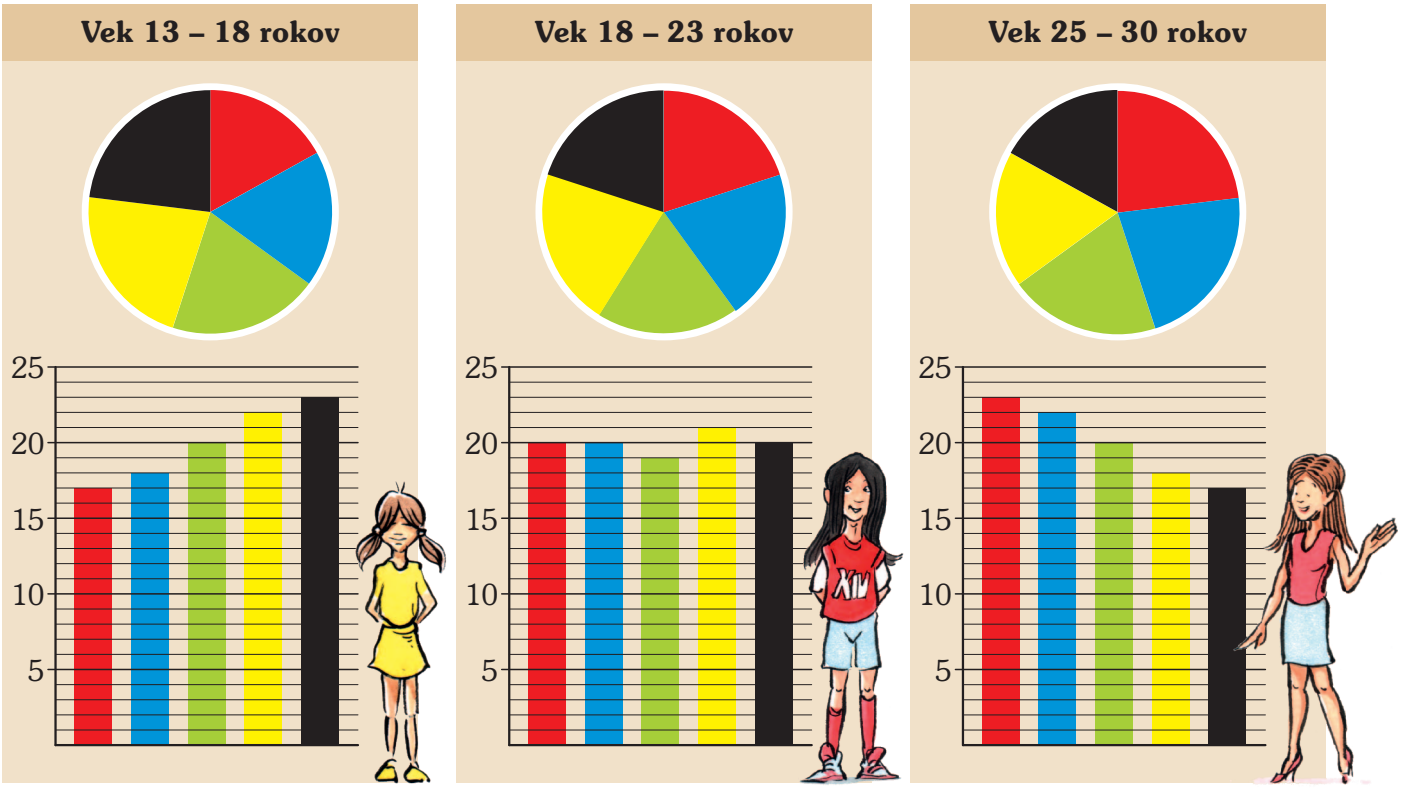
A8 Pani učiteľka zostavila pre ôsmakov dva varianty testu s 8 úlohami. Výsledky skupín X a Y zobrazila graficky.

a Urč priemer počtu správne vyriešených úloh v oboch skupinách.



b Vysvetli, ako mohla pani učiteľka tvrdiť, že skupina X dopadla v teste lepšie. Má pravdu?

A9 Ada chce odprezentovať výsledky svojho prieskumu o obľúbenosti farieb v troch rôznych vekových kategóriách. Nevie sa však rozhodnúť, či má použiť kruhový alebo stĺpcový diagram. Čo jej poradíš a prečo?



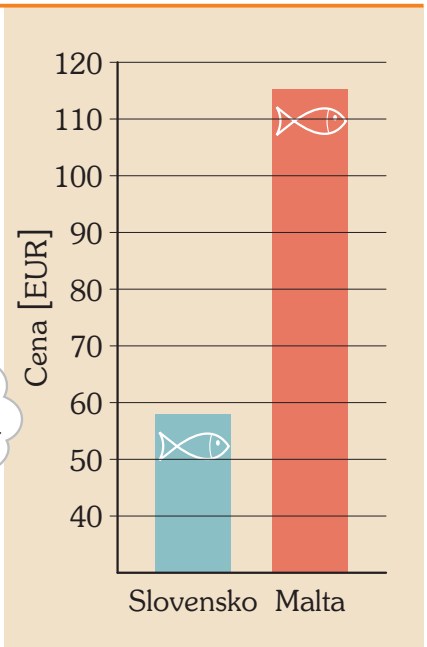
A10 Roman urobil medzi spolužiakmi v triede prieskum o zvieratách, ktoré doma chovajú. Výsledky zaznamenal do tabuľky.

Druh zvieraťa	Počet žiakov
pes	5
mačka	3
škrečok	2
morské prasa	4
zajac	1
papagáj	1

a Možno z údajov v tabuľke jednoznačne určiť počet žiakov v Romanovej triede?

b Roman výpočtom $(5 + 3 + 2 + 4 + 1 + 1) : 6 = 2{,}67$ určil, že jeho spolužiaci majú doma priemerne 2,67 zvieraťa. Je jeho úvaha správna? Vysvetli, prečo si to myslíš.

A11 Stĺpcový diagram porovnáva priemerné výdavky jedného obyvateľa na Slovensku a na Malte na ryby v roku 2021.
S kým súhlasíš a prečo?



A12 V bytovke býva 6 rodín, pričom priemerný počet detí na rodinu je 4.
V bytovke nebýva ani jedna bezdetná rodina a ani jedna rodina nemá viac ako 6 detí.

a Koľko detí býva v bytovke?

b Je možné, aby za daných podmienok mala každá rodina rozdielny počet detí?

c Je možné, aby v bytovke nebývala ani jedna rodina so 4 deťmi?