I. Kohanová – M. Porkertová – M. Slavíčková – S. Švecová

# Argumentácia v matematike

pre 6. ročník ZŠ
a 1. ročník GOŠ

## 1. zošit

Projekt **MaTeK**

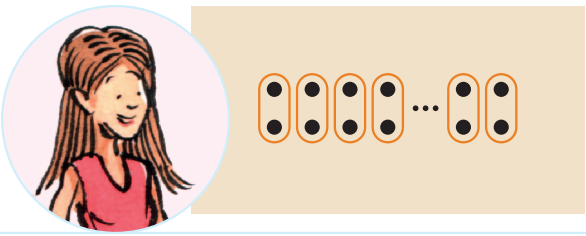
**O**rbis**P**ictus**I**stropolitana

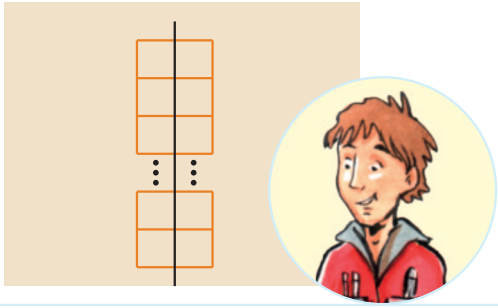
# 1 Počtové výkony s prirodzenými číslami

**A1** Žiaci v škole hovorili o párnych a nepárnych číslach navrhovali ich rôzne definície. Rozhodni, ktoré z nich sú správne.

| | | |
|---|---|---|
| **a** | Číslo je párne, ak má na mieste jednotiek párnu cifru. | **správne – nesprávne** |
| **b** | Číslo je párne, ak je deliteľné dvoma bezo zvyšku. | **správne – nesprávne** |
| **c** | Číslo je párne, ak sa dá napísať ako súčet dvoch rovnakých prirodzených čísel. | **správne – nesprávne** |
| **d** | Číslo je párne, ak sa končí na 0, 2, 4, 6 alebo 8. | **správne – nesprávne** |
| **e** | Číslo je párne, ak je násobkom dvojky. | **správne – nesprávne** |

**A2** Adela a Marek si k svojim definíciám párneho čísla nakreslili obrázok. Ku ktorej definícii z predchádzajúcej úlohy podľa teba ich obrázky prislúchajú? Svoju odpoveď zdôvodni.



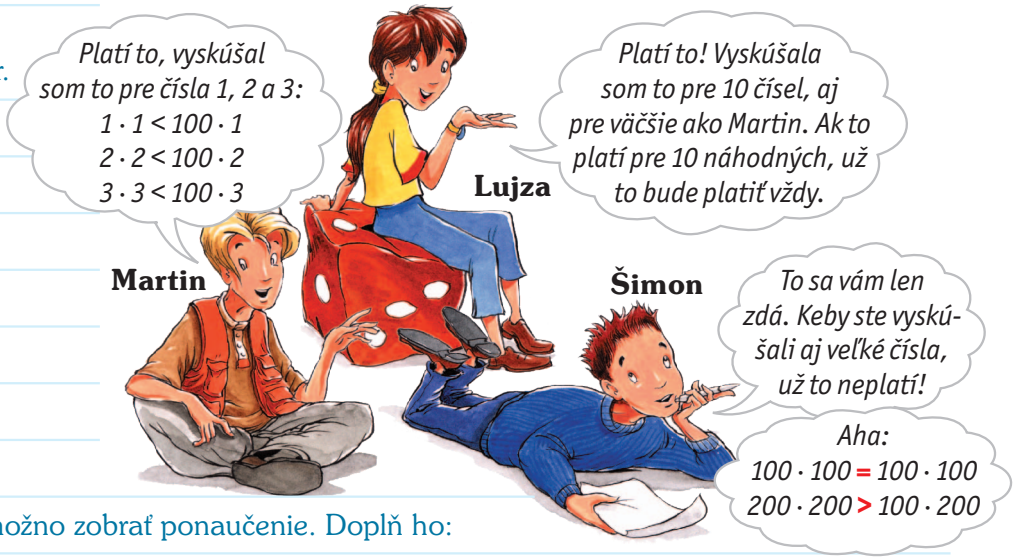


**A3** Napíš aspoň tri rôzne definície nepárneho čísla a aspoň k jednej nakresli obrázok, ktorý ju znázorňuje.

## A4

Martin, Lujza a Šimon mali overiť platnosť tvrdenia:
*Súčin ľubovoľného prirodzeného čísla so samým sebou je vždy menší ako 100-násobok tohto čísla.*

**a** Čie riešenie je podľa teba správne? Vysvetli svoj názor.




**b** Zo Šimonovho riešenia si možno zobrať ponaučenie. Doplň ho:

Ak nejaké tvrdenie overím na troch alebo desiatich _____,
to ešte neznamená, že toto tvrdenie platí _____.

## A5

Martin, Lujza a Šimon overovali ďalšie tvrdenie:
*Súčet dvoch ľubovoľných nepárnych čísel je vždy párne číslo.*

**Martin**
*Platí to! Veď si zober napríklad:*
$3 + 5 = 8$
$21 + 47 = 68$
$13 + 109 = 122$

**Lujza**
*Martin, ty si sa vôbec nepoučil! Stále nevieš, že to nestačí overiť na troch príkladoch?! Šimon, pomôž! Netuším, ako začať...*

**Šimon**
*Skúste si nepárne čísla nakresliť a potom ich akoby „dať dokopy“.*

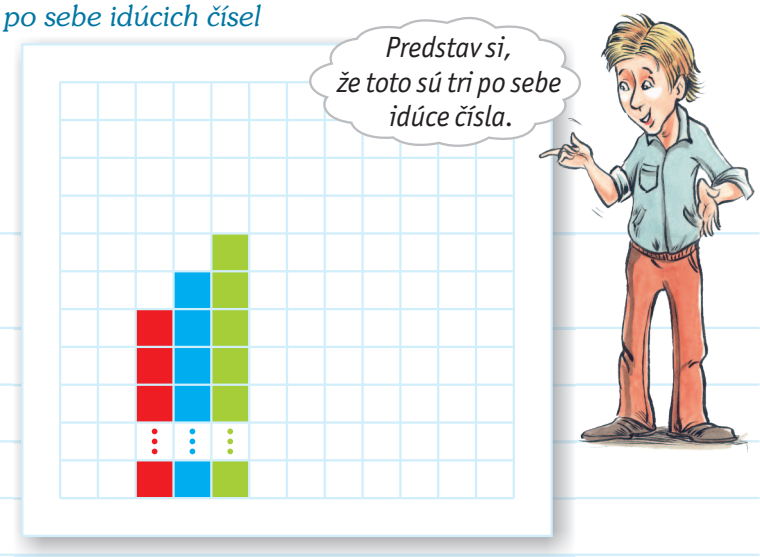
**a** Over tvrdenie podľa Šimonovho návodu. Svoje riešenie vysvetli.

**b** Zdôvodni, prečo je súčet párneho a nepárneho čísla vždy nepárne číslo.

**c** Zdôvodni, prečo je súčet dvoch ľubovoľných párnych čísel vždy párne číslo.

## A6

Alan si všimol, *že súčet ľubovoľných troch po sebe idúcich čísel je taký istý ako trojnásobok prostredného.*
Chcel vedieť, či to je vždy tak.
Preto poprosil otca, aby mu to zdôvodnil.
Otec nakreslil čísla ako stĺpce štvorčekov,
ale Alan otcovo vysvetlenie nechápal.




**a** Vysvetli, čo otec myslel touto kresbou.
Kde a ako vidno tri po sebe idúce čísla?

**b** Otec pokračoval: *„A teraz, keď presunieš horný štvorček na voľné miesto…“*
no vtom mu zazvonil telefón a odišiel.
Čo mal otec na mysli? Ktorý štvorček treba presunúť a kam,
aby Alan pochopil, ako sa zo súčtu troch po sebe idúcich čísel
dostaneme k trojnásobku prostredného? Vysvetli to.

# 2 Deliteľnosť

**A1** Lea vyberala z rámika skupinu aspoň štyroch čísel, ktoré sú navzájom spriatelené – majú niečo spoločné. Vybrala skupinu 8, 24, 36 a 44, lebo sú to násobky čísla 4, a skupinu 3, 13, 17, 25, 29 a 39, lebo sú to nepárne čísla.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 8 | 13 | 17 |
| 24 | 25 | 28 | 29 | 36 |
| 39 | 41 | 42 | 44 | 49 |
| 56 | 64 | 72 | 91 | 102 |

**a** Dá sa jej skupina násobkov čísla 4 ešte rozšíriť? Zdôvodni svoju odpoveď.

**b** Nájdi inú skupinu spriatelených čísel a zdôvodni, prečo sú podľa teba „spriatelené“.

**c** Lein brat tvrdí, že v tomto rámiku existuje minimálne šesť skupín spriatelených čísel. Má pravdu? Zdôvodni svoju odpoveď.

**A2** Hľadáme tri po sebe idúce čísla, z ktorých prvé je násobkom 2, druhé násobkom 3 a tretie násobkom 4.

**a** Nájdi najmenšie tri takéto čísla.

**b** Nájdi aspoň dve ďalšie nasledujúce trojice. Dávaj pozor, žiadnu nevynechaj!

**c** Preštuduj si nájdené trojice čísel. Aký je medzi nimi vzťah?

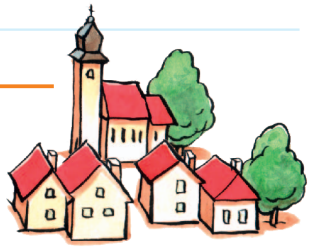
**A3**

Matúš dnes chýbal, lebo bol u zubára. Spolužiak Timo mu poslal zadanie domácej úlohy z matematiky:

*Podčiarkni čísla, ktoré sú deliteľné dvoma:*
*384, 129, 440, 16, 1 225, 372, 960, 228, 777, 666, 1 202, 51, 723, 94, 26, 145*

Matúš si pomohol kalkulačkou a zistil, že každé číslo vie vydeliť dvojkou. Ani raz mu nevypísala *Error*. Podčiarkol teda všetky čísla. Zrazu sa mu tento výsledok zdal nejaký podozrivý a tak začal rozmýšľať, či niekde neurobil chybu. Zavolal teda Timovi. Ten mu povedal:
*„Máš to zle, nemôžeš mať podčiarknuté všetky čísla. To sa nepočíta s kalkulačkou, ale neviem prečo.“*
Ako vysvetlíš Matúšovi riešenie úlohy? Môže použiť kalkulačku? Prečo?

**A4**



Pán Jozef si chce kúpiť nový dom, no nepáčia sa mu čísla domov, ktoré sú deliteľné číslami 3 alebo 5.
Ak sú na predaj všetky domy očíslované od 100 do 130 (vrátane), z koľkých domov si môže vybrať? Prečo?

**A5**

Ktoré z nasledujúcich čísel je deliteľné číslom 6? Zdôvodni svoj výber.

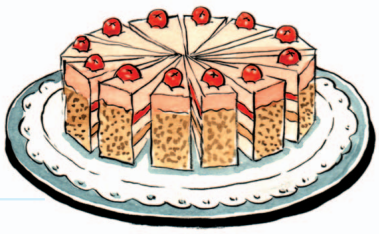
a) jeden milión mínus jeden
b) jeden milión mínus dva
c) jeden milión mínus tri
d) jeden milión mínus štyri
e) jeden milión mínus päť

**A6**

Čísla 4 aj 8 možno zapísať ako súčet dvoch prvočísel (4 = 2 + 2, 8 = 5 + 3).
Koľko čísel menších ako 15 **nemožno** zapísať ako súčet dvoch prvočísel? Svoje riešenie zdôvodni.

**A7**

Babka pečie tortu pre svoje vnúčatá, ktoré ju prídu navštíviť. Zabudla však, či ju navštívia 2 vnúčatá, 4 vnúčatá alebo ju navštívi všetkých 5 vnúčat. Chce, aby celú tortu zjedli jej vnúčatá a aby každé vnúča dostalo rovnaké množstvo torty. Na aký najmenší počet kúskov musí tortu nakrájať, aby bola pripravená na všetky možné počty vnúčat? Svoje riešenie zdôvodni.



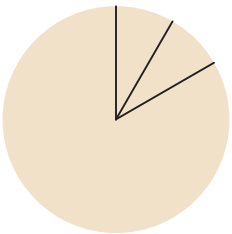
**A8**

Koľko je trojciferných **prvočísel**, ktoré možno vytvoriť z číslic 1, 3 a 5, pričom každú číslicu použijeme práve raz?

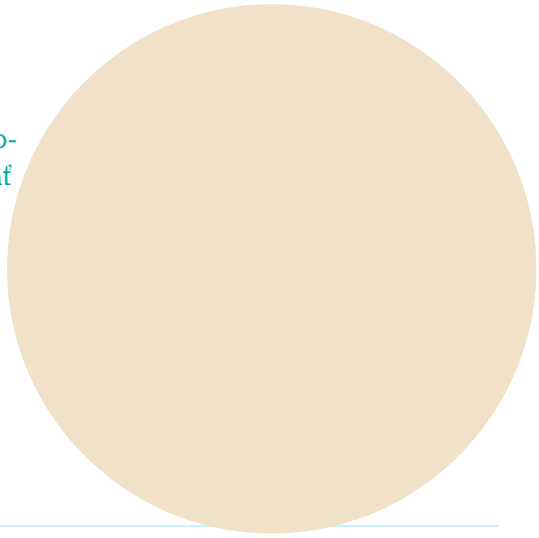
# 3 Uhol a jeho veľkosť. Operácie s uhlami

**A1** Žiaci mali za úlohu vyrobiť na technickej hodine skutočné hodiny. Potrebný materiál (hodinový strojček s ručičkami a drevenú podložku v tvare kruhu) si objednali z obchodu s kreatívnymi potrebami. Jurko si objednal kruh s priemerom 35 cm a Tamara kruh s priemerom 15 cm. Na kruh bolo treba nakresliť ciferník hodín, teda rozmiestniť čísla 1 až 12.

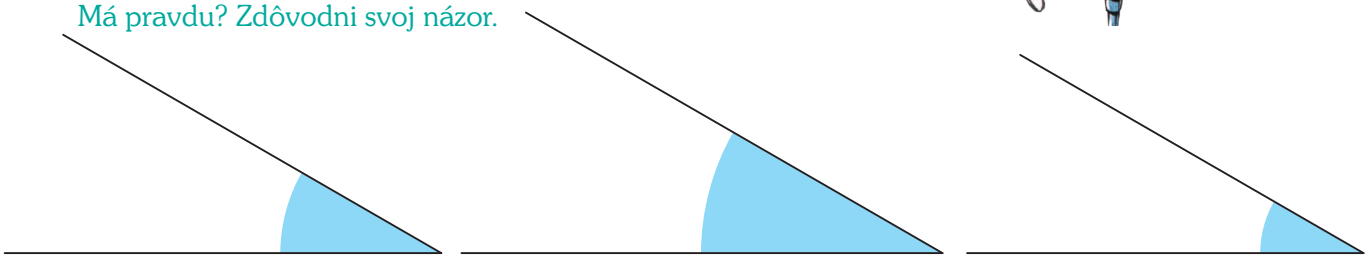
**a** Tamara zobrala uhlomer a začala na svoj kruh rysovať zhodné uhly so spoločným vrcholom v strede hodín. Akú veľkosť mali tieto uhly?



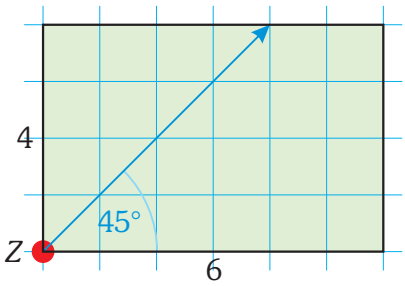
**b** Jurko sa rozhodol postupovať rovnako. Akú veľkosť budú mať uhly na jeho hodinách?

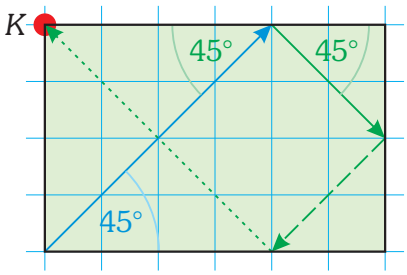


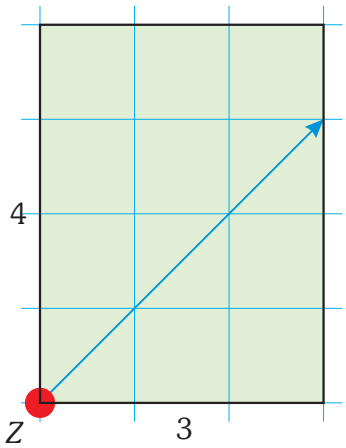
**A2** Žiaci mali rozhodnúť, ktorý z uhlov na obrázku je najväčší. Matej tvrdil, že najväčší je ten v strede, lebo má najväčší oblúčik. Má pravdu? Zdôvodni svoj názor.



**A2** Biliardový stôl má tvar obdĺžnika s rozmermi 6×4. Biliardová guľa je na vypustená pod uhlom 45 stupňov z ľavého dolného rohu (začiatok *Z*) a prechádza presne pozdĺž uhlopriečok štvorcov v sieti. Vždy, keď guľa narazí na stranu stola, odrazí sa pod rovnakým uhlom a pokračuje po uhlopriečke štvorcov v sieti, až skončí v rohu stola (koniec *K*).

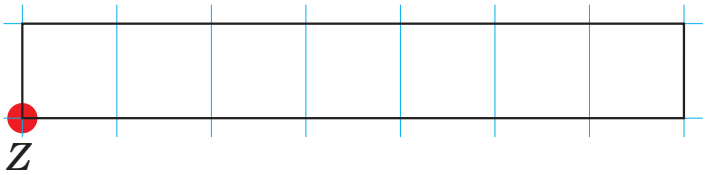



**a** V ktorom rohu stola skončí guľa, ak bude mať stôl rozmery 3×4?

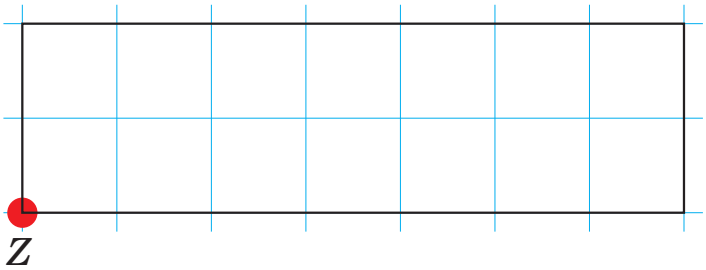
**b** V ktorom rohu stola skončí guľa, ak bude mať stôl rozmery 1×1, 2×1, 3×1, ..., 7×1?
Nakresli postupne všetky prípady a doplň vety.




Ak bude mať stôl rozmery 20 × 1, guľa skončí v _____.

Ak bude mať stôl rozmery 31 × 1, guľa skončí v _____.

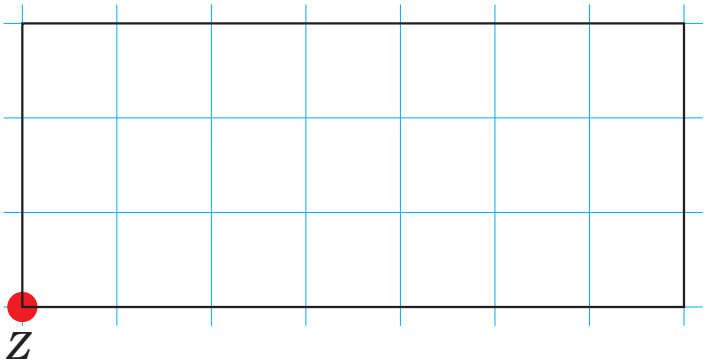
**c** V ktorom rohu stola skončí guľa, ak bude mať stôl rozmery 1×2, 2×2, 3×2, ..., 7×2?
Nakresli postupne všetky prípady a doplň vety.




Ak bude mať stôl rozmery 20 × 2, guľa skončí v _____.

Ak bude mať stôl rozmery 31 × 2, guľa skončí v _____.

**d** V ktorom rohu stola skončí guľa, ak bude mať stôl rozmery 1×3, 2×3, 3×3, ..., 7×3?
Nakresli postupne všetky prípady a doplň vety.

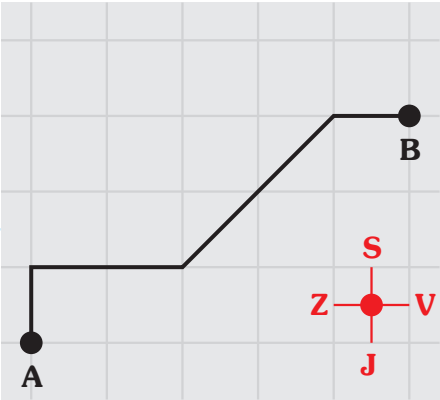



Ak bude mať stôl rozmery 20 × 3, guľa skončí v _____.

Ak bude mať stôl rozmery 31 × 3, guľa skončí v _____.

## A4

Veľkosti uhlov môžeme použiť aj pri navigácii. Na obrázku je znázornená cesta z bodu *A* do bodu *B*. Vzdialenosť od jedného mrežového bodu k susednému (aj po mriežke aj po uhlopriečke) predstavuje jeden krok. Na začiatku cesty je v bode *A* imaginárny chodec otočený smerom na sever. Ktorý z navigátorov ho podľa plánu správne naviedol do bodu *B*? Zdôvodni svoju odpoveď.

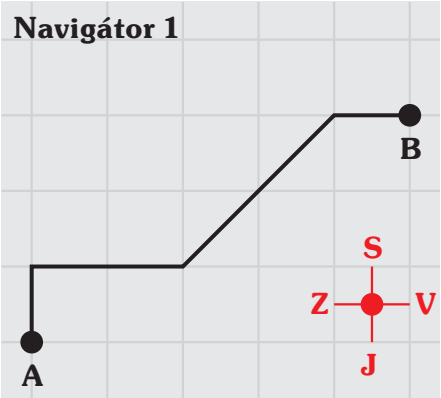



**Navigátor 1**
- Krok vpred;
- otoč sa o 90° vpravo;
- dva kroky vpred;
- otoč sa o 45° vľavo;
- dva kroky vpred;
- otoč sa o 45° vpravo;
- krok vpred.

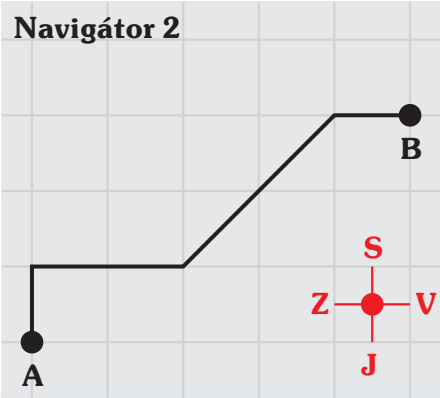
**Navigátor 2**
- Krok vpred;
- dva kroky vpravo;
- otoč sa o 45° vpravo;
- dva kroky vpred;
- otoč sa o 45° vľavo;
- krok vpravo.

**Navigátor 3**
- Krok vpred;
- otoč sa o 270° vľavo;
- dva kroky vpred;
- otoč sa o 315° vpravo;
- dva kroky vpred;
- otoč sa o 45° vpravo;
- krok vpred.

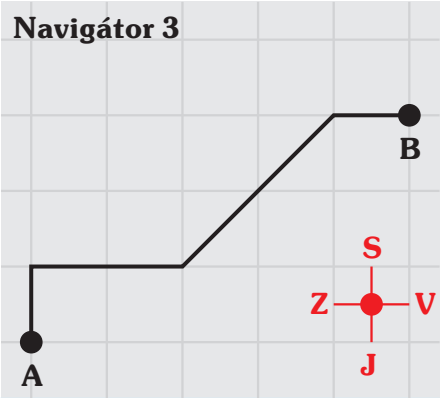
**Navigátor 1**




**Navigátor 2**

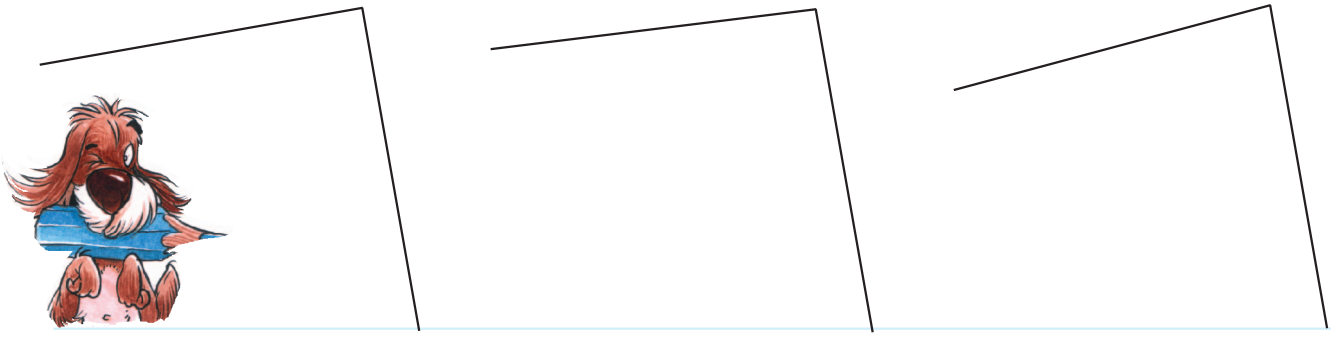



**Navigátor 3**




## A5

Miro mal na matematike riešiť úlohu: Odmeraj, ktorý z týchto uhlov je ostrý, ktorý pravý a ktorý tupý. Neporiadny Miro si však uhlomer zabudol doma. V taške našiel iba trojuholníkové pravítko s ryskou. Mohol by úlohu vyriešiť iba pomocou tohto pravítka? Ako?



**A6** Rozhodni, či sú nasledujúce tvrdenia pravdivé vždy, niekedy alebo nikdy. Vysvetli, prečo si to myslíš.

**a** Ak je trojuholník tupouhlý, potom má jeho tupý uhol veľkosť 120°.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**b** V pravouhlom trojuholníku je súčet jeho ostrých uhlov rovný 90°.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**c** 10° je 100'.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**d** Priamy uhol je väčší ako tupý uhol.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**e** Ak sčítame dva ostré uhly, výsledok bude tupý uhol.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**f** Ak odčítame od tupého uhla pravý, výsledok bude tupý uhol.

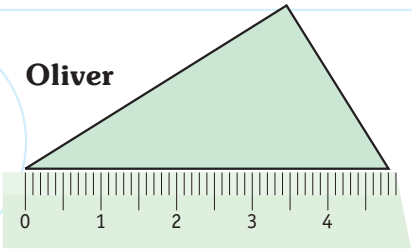
**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

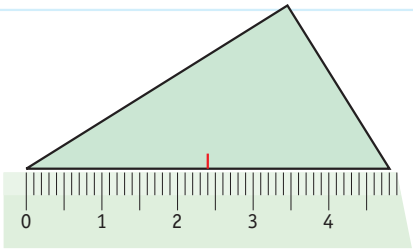
Lebo

## A7

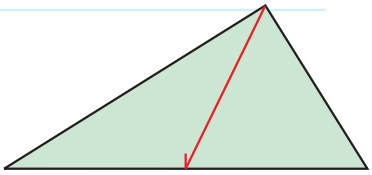
Pani učiteľka žiakom rozdala trojuholníky vystrihnuté z farebného papiera.
Bez použitia uhlomera mali nájsť os uhla oproti najdlhšej strane.
Oliver a Tomáš riešili úlohu rôzne. Ktorý z nich postupoval správne? Zdôvodni svoj názor.

**Oliver**



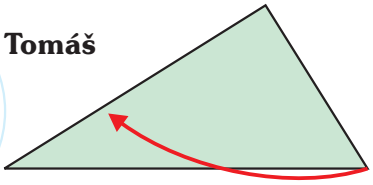



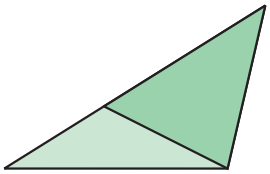

*Odmeral som dĺžku strany trojuholníka a zaznačil jej stred.*



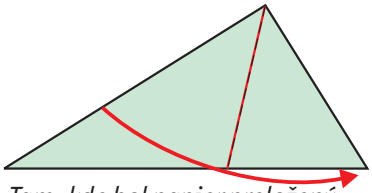
*Potom som spojil vrchol trojuholníka so stredom protiľahlej strany.*

**Tomáš**





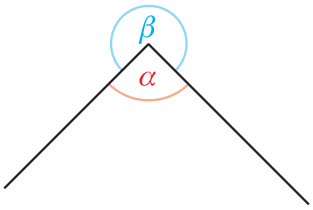
*Preložil som trojuholník tak, aby sa ramená uhla prekrývali.*



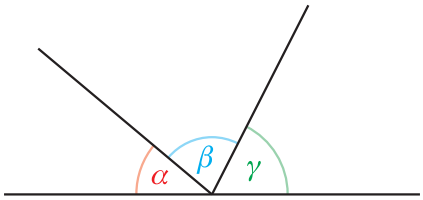
*Tam, kde bol papier preložený, som narysoval úsečku.*

## A8

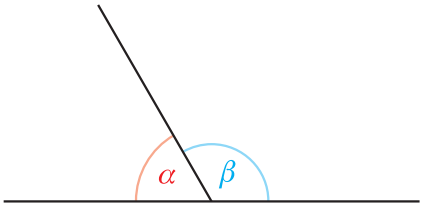
Urč veľkosti uhla $\beta$ na obrázkoch (svoje riešenie zdôvodni), ak vieš, že




**a** uhol $\alpha$ je pravý.




**b** – $\alpha$ je násobkom čísla 8 a leží medzi číslami 35 a 45;
– $\gamma$ je násobkom čísla 9 a leží medzi číslami 60 a 70.

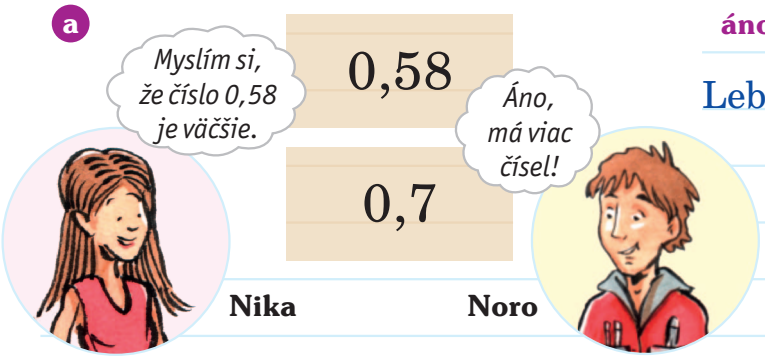



**c** uhol $\alpha$ je polovicou uhla $\beta$.

# 4 Desatinné čísla a ich sčítovanie a odčítovanie

**A1** Nika a Noro mali určiť, ktoré číslo je väčšie. Rozhodni, v ktorých prípadoch majú pravdu. Ak pravdu nemajú, napíš vysvetlenie, ktoré im pomôže pochopiť, prečo sa mýlia.

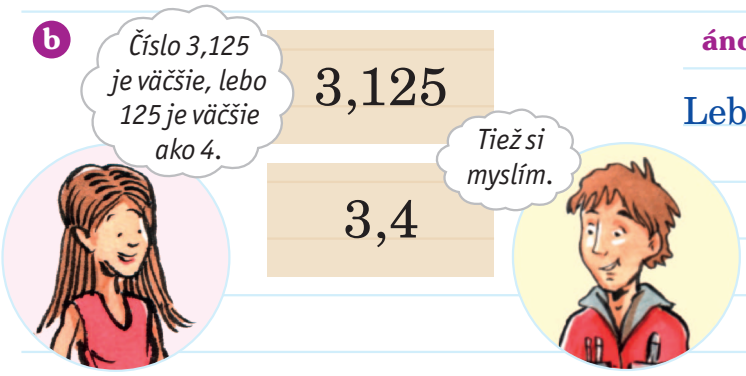
**a**




**áno – nie**

Lebo

**b**




**áno – nie**

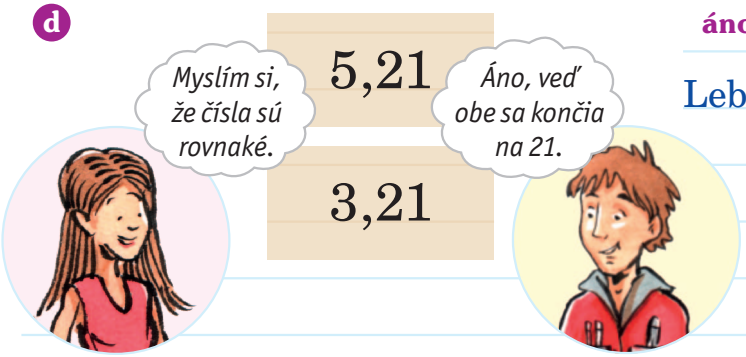
Lebo

**c**

**áno – nie**

Lebo

**d**




**áno – nie**

Lebo

## A2

Tereza mala za domácu úlohu vypočítať tri príklady na sčitovanie desatinných čísel.
Keď si spravila kontrolu na kalkulačke, dostala iný výsledok.
Kde spravila chybu? Vysvetli, ako má príklad opraviť.

**a**

$$\begin{array}{r} 3{,}521 \\ \underline{46{,}73} \\ 8194 \end{array}$$

**b**

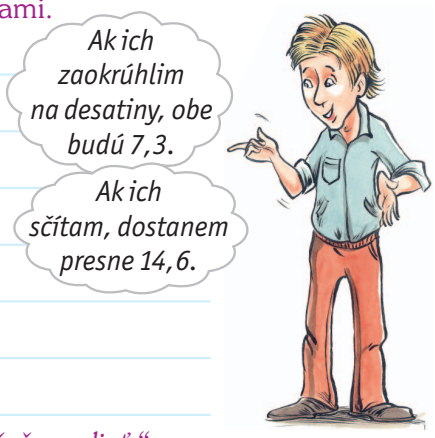
$$\begin{array}{r} 12{,}9 \\ \underline{5{,}4} \\ 17{,}13 \end{array}$$

**c**

$$\begin{array}{r} 56{,}854 \\ \underline{283{,}306} \\ 239{,}150 \end{array}$$

## A3

Kamil si myslel dve desatinné čísla, obe s dvoma desatinnými miestami.
Rišovi povedal, čo o nich platí, a Rišo sa snažil nájsť Kamilove čísla.




**a** Doplň Rišove zdôvodnenie o cifrách na mieste jednotiek.

Obe musia mať na mieste jednotiek cifru 7, lebo aby sme po zaokrúhlení ľubovoľného čísla na _____ dostali 7,3, jeho jednotky sa _____ a budú rovnaké ako v čísle _____.

**b** Rišo pokračoval: *„Hmm, existujú vlastne štyri možnosti, ktoré si môžeš myslieť.“*
Doplň chýbajúce čísla tak, aby zodpovedali Kamilovým podmienkam a vysvetli, prečo je to správne.

7,29 a _____

7,28 a _____

_____ a _____

_____ a _____

**A4** Pani učiteľka zadala úlohu, kto najefektívnejšie sčíta čísla v tabuľke.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3,1 | 2,4 | 3,3 | 4,6 | 4,2 |
| 4,7 | 2,8 | 2,5 | 2,9 | 3,5 |

**a** Doplň chýbajúce hodnoty v žiackych riešeniach.

**Adam**

*Najrýchlejší spôsob je sčítať najskôr čísla, ktoré majú rovnakú prvú číslicu, a potom sčítať výsledky.*

2,4 + 2,8 + + =
3,1 + 3,3 + =
4,6 + 4,2 + =

**Laura**

*Lepšie je najprv sčítať čísla v stĺpcoch a potom sčítať výsledky.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3,1 | 2,4 | 3,3 | 4,6 | 4,2 |
| 4,7 | 2,8 | 2,5 | 2,9 | 3,5 |
| 7,8 | | | | |

**Zuzka**

*Lepšie je najprv sčítať čísla v riadkoch a potom sčítať výsledky.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3,1 | 2,4 | 3,3 | 4,6 | 4,2 | |
| 4,7 | 2,8 | 2,5 | 2,9 | 3,5 | |
| | | | | spolu | |

**Hanka**

*Najjednoduchší a najrýchlejší spôsob je sčítať tie čísla, ktoré spolu vytvoria celé číslo, a tieto výsledky sčítať.*

3,1 + 2,9 =
2,4 + 4,6 =
3,3 + 4,7 =
4,2 + 2,8 =
2,5 + 3,5 =

**b** Čie riešenie je podľa teba najefektívnejšie a prečo?

**c** Čie riešenie bude považovať za najefektívnejšie pani učiteľka a prečo?

## A5

Rozhodni, či sú nasledujúce tvrdenia pravdivé vždy, niekedy alebo nikdy. Vysvetli, prečo si to myslíš.

**a** Sčítaním dvoch desatinných čísel dostaneme prirodzené číslo.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**b** Od prirodzeného čísla sa nedá desatinné číslo odčítať, keďže prirodzené číslo nemá desatinné miesta.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

**c** Sčítaním dvoch desatinných čísel dostanem desatinné číslo s menším počtom nenulových desatinných miest, ako mali jednotlivé sčítance.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

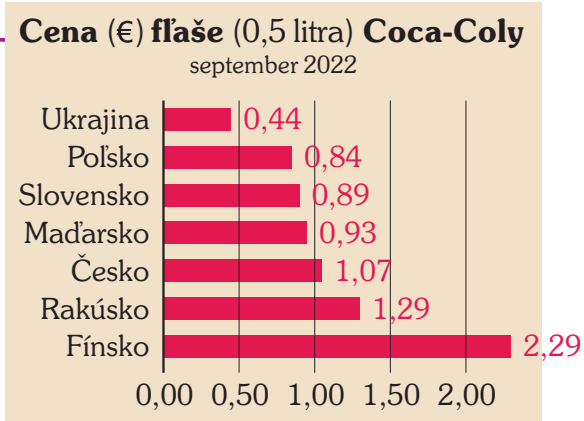
**d** Výsledok odčítania dvoch desatinných čísel bude mať na každom ráde číslicu menšiu, ako mal pôvodne menšenec.

**Pravdivé: vždy – niekedy – nikdy**

Lebo

## A6

V grafe je znázornená cena pollitrovej fľaše Coca-Coly v rôznych krajinách. Rozhodni o pravdivosti tvrdení a svoje rozhodnutie zdôvodni.




**a** V Rakúsku bola fľaša drahšia o 40 centov ako na Slovensku.

**áno – nie**

Lebo

**b** Rozdiel medzi cenou na Slovensku a v Maďarsku bol taký istý ako medzi cenou na Slovensku a v Poľsku.

**áno – nie**

Lebo

**c** Za cenu jednej fľaše vo Fínsku sa dali kúpiť dve fľaše v Česku.

**áno – nie**

Lebo

**d** Na Ukrajine bola fľaša lacnejšia o viac ako pol eura než v Maďarsku.

**áno – nie**

Lebo

**A7** V tabuľkách je zobrazených TOP 5 krajín, ktoré predávali alebo nakupovali cibuľky narcisov, hyacintov a tulipánov za rok 2022. Celková hodnota cibuliek, ktoré predali krajiny Európskej únie v 2022, bola 100,6 milióna eur.

| TOP 5 – PREDAJ | mil. € |
|---|---|
| Holandsko | 81,9 |
| Litva | 6,7 |
| Poľsko | 4,8 |
| Dánsko | 2,1 |
| Lotyšsko | 2,0 |

| TOP 5 – NÁKUP | mil. € |
|---|---|
| Švajčiarsko | 31,3 |
| Veľká Británia | 21,4 |
| Nórsko | 11,5 |
| Rusko | 9,4 |
| Ukrajina | 5,5 |

**a** Boli v EÚ aj iné krajiny, ktoré predávali v roku 2022 cibuľky kvetov, ako tie, ktoré sú uvedené v tabuľke TOP 5? Zdôvodni svoju odpoveď.

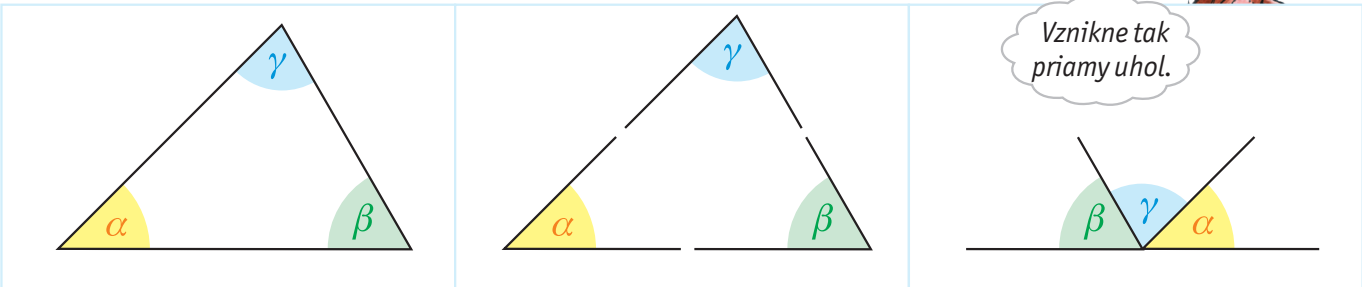
**b** Barbora tvrdí, že zvyšní európski predajcovia cibuliek (mimo TOP 5) v roku 2022 predali cibuľky v hodnote menej ako 3 milióny eur. Má pravdu? Zdôvodni to.

**c** Majo tvrdí, že hodnota cibuliek, ktoré v roku 2022 predalo Holandsko, bola väčšia, ako hodnota cibuliek, ktoré nakúpili všetky krajiny v TOP 5 spolu. Má pravdu? Zdôvodni to.

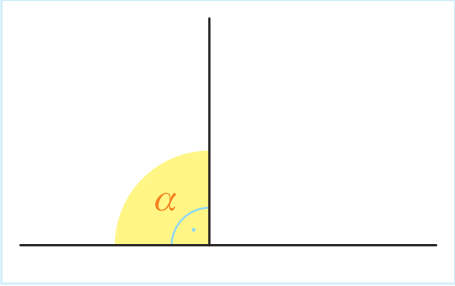
**d** Tomáš vraví, že údaje v tabuľke nie sú správne. Ak spočíta všetky sumy v tabuľke predajcov a všetky sumy v tabuľke nákupcov cibuliek, tak celkové sumy sa navzájom líšia. A ani jedna suma sa nerovná spomínanej hodnote 100,6 milióna eur. V čom je chyba?

# 5 Trojuholník, jeho vlastnosti a konštrukcie

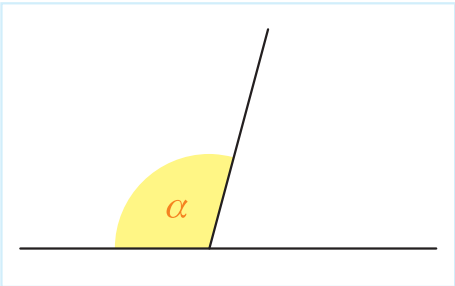
**A1** Súčet veľkostí vnútorných uhlov v každom trojuholníku je 180°. Vieme to overiť tak, že trojuholník rozstrihneme na 3 časti tak, aby sme uhly mohli priložiť vedľa seba.



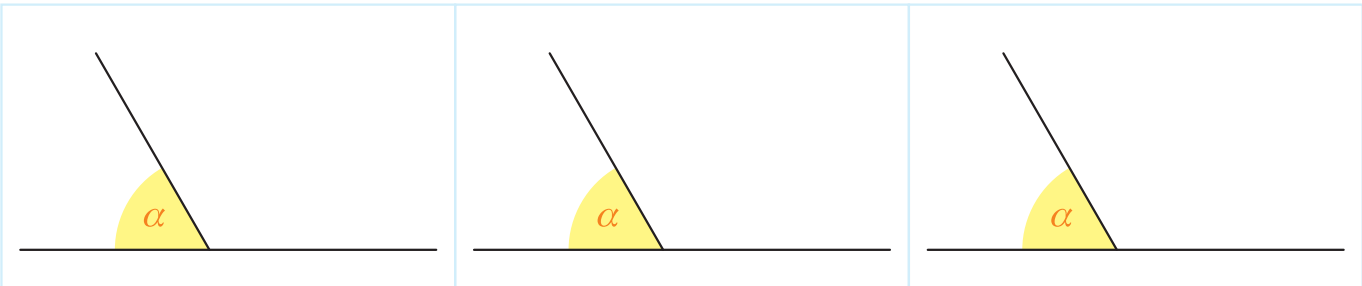

**a** Keby bol uhol $\alpha$ pravý, aké môžu byť zvyšné dva uhly trojuholníka?




**b** Keby bol uhol $\alpha$ tupý, aké môžu byť zvyšné dva uhly trojuholníka?




**c** Keby bol uhol $\alpha$ ostrý, aké môžu byť zvyšné dva uhly trojuholníka?



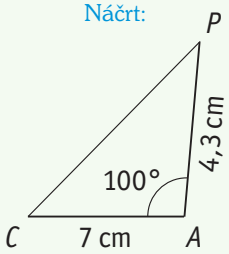
**A2** Janka nevedela narysovať trojuholník *CAP* podľa postupu uvedenom v úlohe 7, pretože nechápala, kde sa zrazu vzal bod *X*. V akej vzdialenosti ho má narysovať a kam potom zase zmizne?

**a** Vysvetli jej, čo má urobiť a prečo.

**76 Nový Pomocník 6**

**7** Zostroj trojuholník *CAP*, v ktorom $|CA| = 7$ cm, $|AP| = 4{,}3$ cm a $\alpha = 100°$. Pozri si náčrt a postup.

Náčrt:




Postup:

1. $CA$; $|CA| = 7$ cm
2. $\sphericalangle CAX$; $|\sphericalangle CAX| = 100°$
3. $k$; $k(A, 4{,}3\text{ cm})$
4. $P$; $P \in k \cap \overrightarrow{AX}$
5. $\triangle CAP$

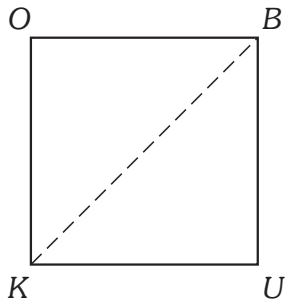
Konštrukcia:

**b** Môžu sa poprehadzovať niektoré kroky postupu alebo je toto jediné správne poradie, v akom sa dá trojuholník *CAP* zostrojiť? Zdôvodni svoju odpoveď.

**c** Monika tvrdí, že existuje aj ďalší spôsob, ako zostrojiť trojuholník *CAP*, a to tak, že začne úsečkou *AP*. Opíš, aký by bol postup tejto konštrukcie.

## A3

Adam narysoval a vystrihol štvorec *KUBO* a potom ho prehol pozdĺž uhlopriečky *KB*. Tvrdí, že keďže trojuholníky *KUB* a *KOB* splynuli, sú zhodné. Vilo mu povedal: *„Ale keď to chceš dokázať, že to tak je v hocijakom štvorci, to budeš vystrihovať a ohýbať všetky možné štvorce donekonečna?“*

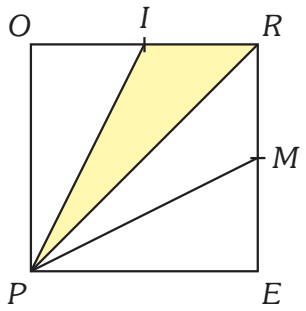



**a** Použi vety o zhodnosti trojuholníkov a ukáž, že △*KUB* a △*KOB* sú zhodné.

**b** Ako by mohol Adam ukázať, že uhlopriečka *KB* je osou uhla *OBU*? Vysvetli svoju odpoveď.

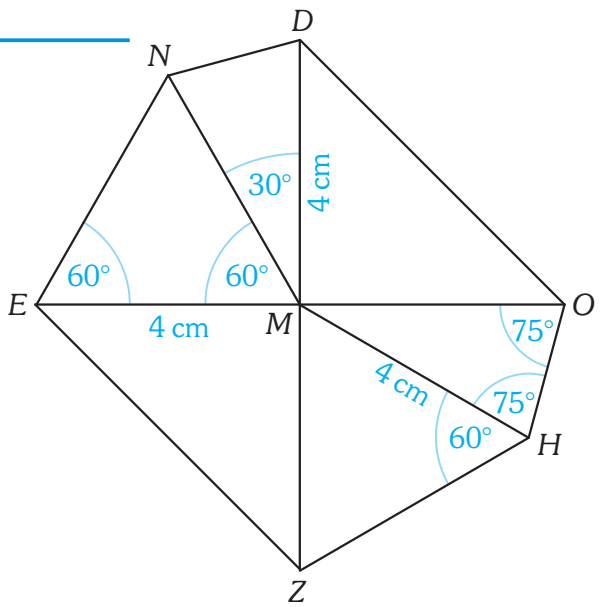
## A4

Body *M* a *I* sú stredy strán štvorca *PERO* na obrázku.




**a** Ktoré trojuholníky na obrázku sú zhodné s vyznačeným trojuholníkom *PRI*? Zdôvodni svoju odpoveď.

**b** Existuje na obrázku aj iná dvojica zhodných trojuholníkov? Zdôvodni svoju odpoveď.

## A5

Adelka tvrdí, že trojuholníky *EMN* a *HMZ* sú zhodné, ale nevie prečo. Pomôž jej so zdôvodnením, ak vieš, že trojuholníky *ZEM* a *DOM* sú pravouhlé.