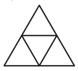
Feladatok eredményei

Háromszögek – folytatás

Egyenlő oldalú háromszög

4/1 Minden szög nagysága 60°.

4/2 a) 9 cm, b) 15 cm.

4/3 

5/5 Igen.

5/7 Egyenlő szárú háromszögek: a), b), e), f), g) és h). Egyenlő oldalú az e) háromszög.

5/8 a) 40° és 100° (ha 40°-os volt a szög az egyik szárral szemben) vagy 70° és 70° (ha 40°-os volt az alappal szemben fekvő szög), b) 60° és 60°, c) 88° és 4° vagy 46° és 46°, d) 40° és 40°. Egyenlő oldalú a háromszög a b) részben.

5/9 Igen, egyenlő szárú. Mivel az *ACB* szög nagysága 36°, ezért a *CAB* és *ABC* szögek nagysága (180° – 36°) : 2 = 72°. Mivel a *BD* és *AB* szakaszok hossza egyenlő, az *ABD* háromszög is egyenlő szárú. Ezért a *BAD* és az *ADB* szögek nagysága egyaránt 72°. Ekkor az *ABD* szög nagysága (= 180° – 72° – 72°). A *DBC* és a *DCB* szögek nagysága egyenlő, ezért a *BCD* háromszög egyenlő szárú, *BC* alappal.

Kombinatorikai kitérő

Milán sorozata

6/1 14

6/2 a) Azért, mert nem teljesülne a háromszög-egyenlőtlenség.
b) Magyarázat: Először felírta azokat az eseteket, amikor a leghosszabb oldal az alap. Utána felírta azokat az eseteket, amikor a leghosszabb oldalak a szárak. Abban vétett hibát, hogy a 10, 10, 10 lehetőséget kétszer számolta bele.

6/3 a) 16, b) 17, c) 23, d) 44, e) 149

Kamilla sorozata

6/4 15

6/5 Kamilla csak az egyenlő szárú háromszögeket írta fel.

7/6 Kamilla csak a fennmaradó két oldalt (legrövidebbet és leghosszabbat) írta fel, az 5 hosszúságú második legkisebb oldalt nem írta fel. Mindig a legkisebb oldallal kezdett.

7/7 a) 21, b) 28, c) 45, d) 91, e) 325

Jani sorozata

7/8 13

7/10 Dórának részben igaza van. Például a 38, 21, 21 oldalhosszú háromszög is egyenlő szárú, és a kerülete 80. Viszont a leghosszabb oldala 38, és ezt már beszámoltuk a 38, 38, 4 háromszögben. Tehát semmilyen új megoldások nem merülnek fel. Másképpen kifejezve, a 38 beletartozik a jegyzékünkbe, mert találunk olyan egyenlő szárú háromszöget, amelynek a kerülete 80 cm és a leghosszabb oldalának hossza 38 cm. Annak ellenére, hogy ilyen háromszögekből többet találunk, a jegyzékünkbe mindig csak egy szám kerül be – a 38. Tehát Jani megoldását nem kell úgy értelmeznünk, hogy megtalálta az összes lehetséges hosszúsághármast, amelyek teljesítik az adott feltételeket. Elegendő volt számára mindig legalább egy ilyen hármast feltüntetni.

7/11 a) 14, b) 13, c) 14, d) 15, e) 20

Joli sorozata

7/12 3

8/13 Joli először megállapította a szár lehető legkisebb hosszát. Utána viszont felírta az összes háromszöget, nem csak az egyenlő szárúakat.

8/14 Joli néhány lehetőséget (pl. 4, 4, 5 és 5, 4, 4) többször is beszámolt. Csak három különböző lehetőség létezik: 4, 4, 5; 5, 5, 3; 6, 6, 1.

8/15 a) 3, b) 4, c) 3, d) 5, e) 8

8/16 249 háromszög (251 cm, 251 cm, 498 cm-től egészen 499 cm, 499 cm, 2 cm-ig).

Oldalak és szögek a háromszögben

8/1 Három pár egyforma külső (csúcs-) szög, tehát hat külső szög.

8/2 Mindig két külső szög alábbi nagyságokkal: a) 110°, 152°, 98°, b) 124°, 162°, 74°, c) ilyen háromszög nem létezik.

8/3 Az egyenlő szárú háromszögekben.

8/4 120°

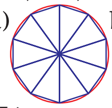
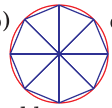
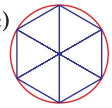
8/5 a) 720°, b) 720°, c) 720°

8/6 720°

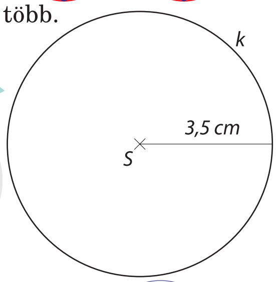
9/9 a) $|AC| > |AB| > |BC|$,
b) $|DE| > |DF| = |EF|$,
c) $|HI| > |GH| > |GI|$.

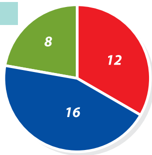
Körvonal és kör I

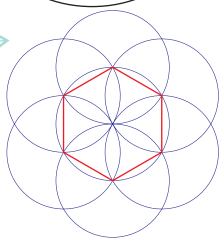
10/1 40°, 70°, 70°

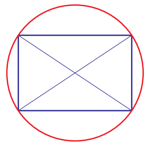
10/2 a)  b)  c) 

10/4 Háromszor több.

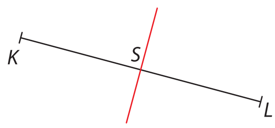
10/5 

10/6 

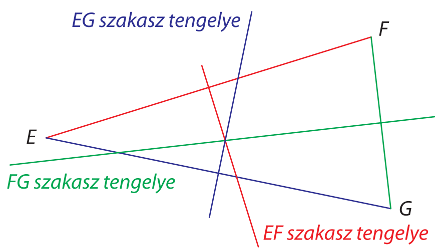
11/8 

11/9 

A körvonal tulajdonságai

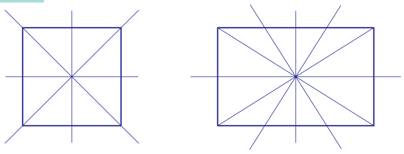
12/1 

12/2 Ha pontosan szerkesztettetek, akkor mindhárom tengely egy pontban metszi egymást.

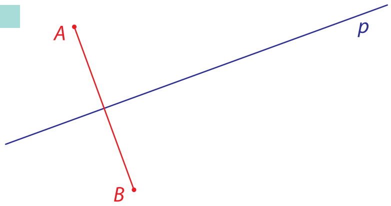


12/3 A *b* egyenes az *AC* szakasz tengelye, a *c* egyenes a *BD* és az *AE* szakaszok tengelye, a *d* egyenes a *CE*, *BF* és az *AG* szakaszok tengelye, az *e* egyenes a *DF*, *CG* és a *BH* szakaszok tengelye, az *f* egyenes az *EG* és a *DH* szakaszok tengelye, a *g* egyenes az *FH* szakasz tengelye.

12/4



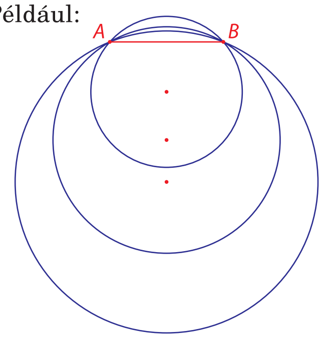
12/5



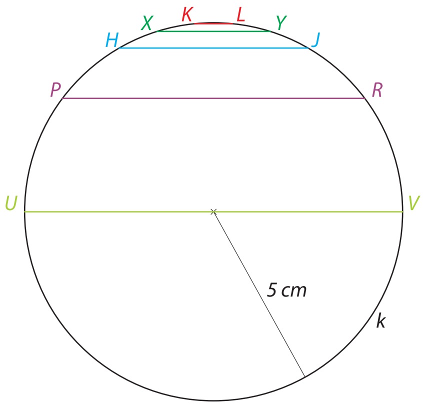
13/7 b) 6 cm.

13/9 a) 8 cm, b) 4 cm, c) 16 cm.

13/10 Például:



13/11 A *CD* húrt nem lehet megszerkeszteni.



13/12 Az átmérő az *UV* húr.

13/13 A leghosszabb húr $2 \cdot 8{,}7$ cm $= 17{,}4$ cm hosszú lehet. A körvonal húrja tetszőlegesen rövid lehet. Ezért nem létezik legrövidebb húr: bármilyen húrt megszerkeszthetünk, tudunk hozzá szerkeszteni ebben a körvonalban tőle rövidebb húrt.

14/16 Igen.

15/17 Az íven válasszatok három pontot, és a segítségükkel megtaláljátok a megfelelő körvonal középpontját ugyanúgy, mint a 15. feladatban.

Az egyenes és a körvonal kölcsönös helyzete

15/2 Érintő a harmadik ábrán, szelő a másodikon és a körvonalon kívül haladó egyenes az első ábrán van.

15/3 A körvonal húrja.

16/6 A körvonal érintője merőleges a hozzátartozó sugárra.

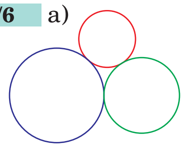
Két körvonal kölcsönös helyzete

17/1 a), b) igen, c), d), e), f) nem, g) igen.

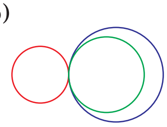
18/4 Egyik körvonal az *R* ponttól 3,5 cm-rel jobbra fekvő középponttal és 1,5 cm sugárral. Másik körvonal az *R* ponttól 1,5 cm-rel jobbra fekvő középponttal és 3,5 cm sugárral. Harmadik körvonal a *P* ponttól 1,5 cm-rel balra fekvő középponttal és 4,5 cm sugárral. Negyedik körvonal a *P* ponttól 3,5 cm-rel balra fekvő középponttal és 6,5 cm sugárral.

18/5 Lásd a további feladat megoldását!

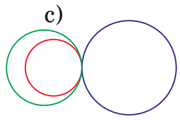
18/6 a)



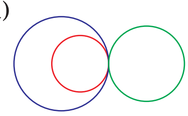
b)



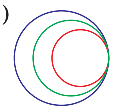
c)



d)

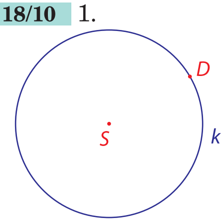


e)

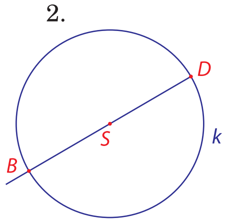


18/7 a) 7 cm, 8 cm, 9 cm, b) 7 cm, 8 cm, 1 cm, c) 8 cm, 9 cm, 1 cm, d) 7 cm, 9 cm, 2 cm, e) 1 cm, 2 cm, 1 cm.

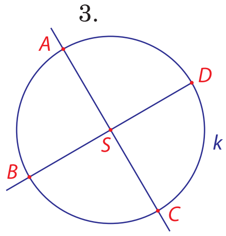
18/10 1.



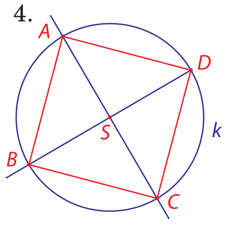
2.



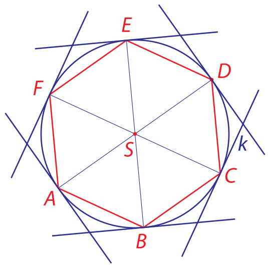
3.



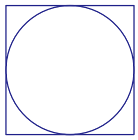
4.



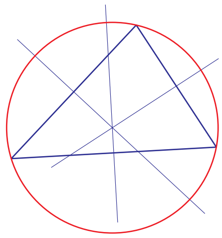
18/11



18/12 a) Nincs megoldása.
b)



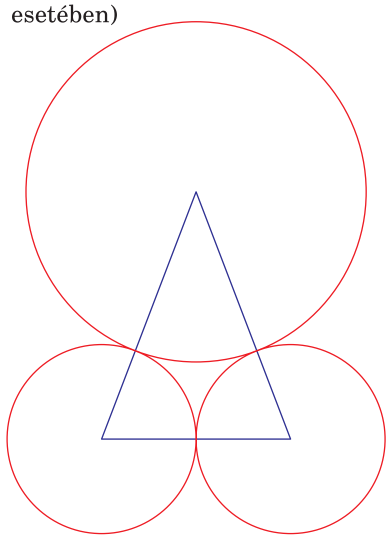
18/13



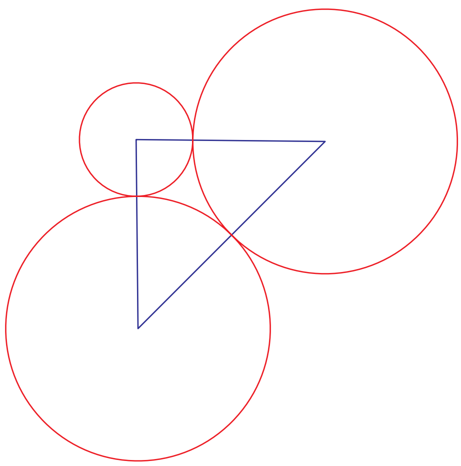
18/14 a) Érvényes a hegyesszögű háromszögre.
b) Érvényes a tompaszögű háromszögre.
c) Érvényes a derékszögű háromszögre.

18/15 Lásd a további feladat megoldását!

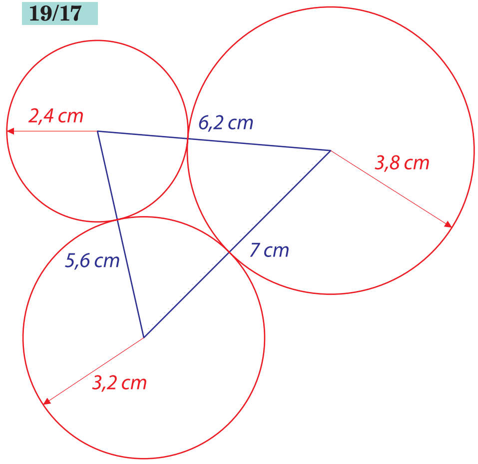
18/16 A körvonalak sugarai 2,5 cm; 2,5 cm és 4,5 cm (az 5 cm, 7 cm és 7 cm oldalhosszúságú háromszög esetében)



vagy 3,5 cm; 3,5 cm és 1,5 cm (az 5 cm, 5 cm és 7 cm oldalhosszúságú háromszög esetében).



19/17



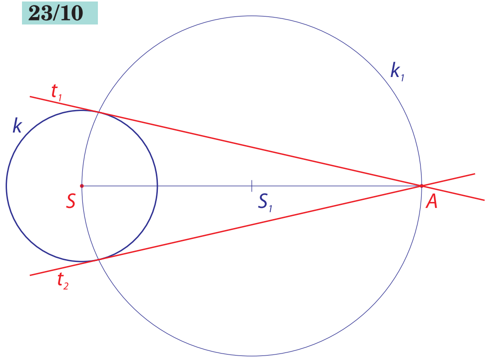
A Thalész-körvonal

20/4 Azért, mert az ASX háromszögben érvényes: $|AS| = |XS|$, mivel ez a körvonal sugara.
Hasonlóan a BSX háromszögben érvényes: $|BS| = |XS|$, mert ez szintén a körvonal sugara.

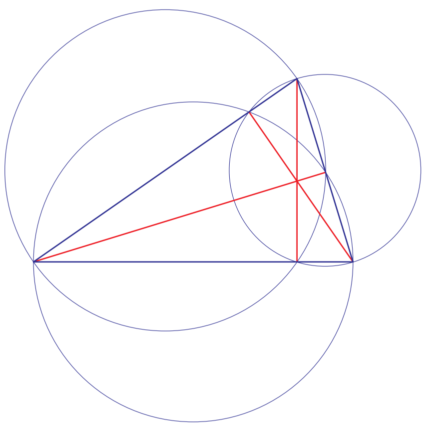
20/5 Az ASX háromszögben egybevágóak az SAX és SXA szögek, a BSX háromszögben az SBX és SXB szögek.

20/7 a) Az AZB szög tompaszög.
b) Az AZB szög hegyesszög.

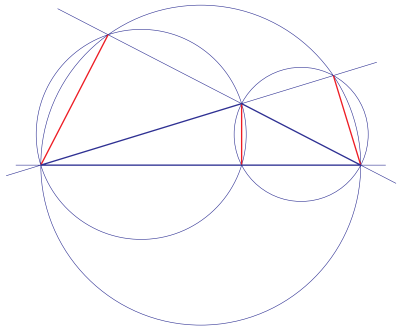
23/10



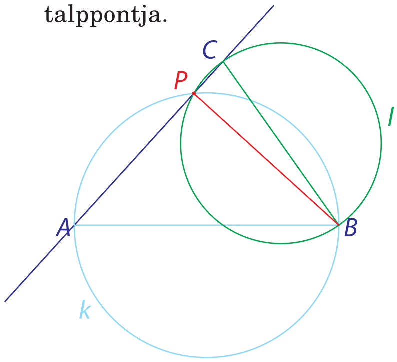
23/11 a)



b)



23/12 A k körvonal metszéspontja az AC egyenessel olyan P pont, amelyre érvényes, hogy a BP merőleges az AC-re (a k Thalész-körvonal). Mivel a BP merőleges az AC-ra, ezért a P pontnak illeszkednie kell az l Thalész-körvonalra is. A P pont a B csúcspontból az AC oldalra bocsátott merőleges talppontja.



Racionális számok

Egész számok – folytatás

Az egész számok szorzása és osztása

24/1 –1; 1; –1; 1; –1; 1

24/2 a) –1; b) 1; c) 1; d) –1; e) –1; f) 1

24/3 –1; 1

24/4 –30; 48; –144

25/5 páratlan, páros, páros, páratlan, páratlan, páratlan és lesz, nem lesz, nem lesz, lesz, lesz, lesz

25/6 –10; 20; 100; –20; –160; –400

25/7 Soronként: 20, –20, 20, –20, 15, –15, 15, –15

26/8 Soronként: 7; –7; –7; 7; 116; 116; –116; –116

26/9 Pozitív szám, pozitív szám, negatív szám, negatív szám.

26/10 a) 10, b) 10, c) –10

26/11 A = 10; B = 7; C = –2; D = –4; E = –2; F = –5; G = –2; H = –0,5

A racionális számok

Költségvetési naplók és színes számok még egyszer

27/1 11,47 €; 8,29 €; 2,94 €; 2,92 €; 2,53 €; 0,38 €; 0,09 €; 3,02 €; 4,79 €; 6,84 €; 12,64 €.

27/2 a) 7,57 €, b) 9,57 €, c) 14,09 €, d) 10,23 €.

27/3 a) 1,73 €, b) 2,32 €.

27/4 a) 4,46 €, b) 28,33 €.

28/5 14,18 €, 14,18 €, 2,14 €, 2,14 €, 9,78 €, 9,78 €, 6,40 €, 6,40 €, 7,96 €, 128,42 €, 128,42 €, 7,96 €.

28/7 Szilvia néni fekete számokban van. Kati néni piros számokban van.

28/8 142,98 €, 142,98 €, 38,49 €, 38,49 €, 107,45 €, 107,45 €.

28/9 1,64 €, 1,64 €, 1,45 €, 1,45 €, 11,87 €, 11,87 €.

28/10 21,86; 10,84; 37,20; 16,91

A pozitív és negatív racionális számok és a velük végzett műveletek

29/1 –5; –8; –7,6; –0,08; –23,506; –1,790 4

29/2 –12,64 €; –11,47 €; –8,29 €; –6,84 €; –2,94 €; –0,38 €; 0,09 €; 2,53 €; 2,92 €; 3,02 €; 4,79 €.

29/3 –12,1 °C; –8,4 °C; –3,8 °C; –3,7 °C; –3,2 °C; 0 °C; 2,3 °C; 4,1 °C; 16,2 °C

29/4 –0,6 °C, nulla alatt 2,7 °C, 1,2 °C, nulla alatt 3,5 °C, –2,4 °C

30/6 a) –3,6; –3; –1,8; –1,2; –0,6; 0,6; b) –1; –0,9; –0,7; –0,4; –0,1; 0,2; 0,4; 0,6; c) –1; –2; –2,5; –3; –4; –4,5; –5,5; –7; d) –1,4; –1,2; –0,8; –0,4; –0,2; 0; 0,4; e) 1,1; 0,8; 0,4; 0,3; 0,1; –0,2; –0,5; –0,6; –0,7; –0,8; f) 0,75; 0,25; 0; –0,25; –0,75; –1

30/7 8,16 € + 6,02 €; –8,16 € + (–6,02 €); 8,16 € + (–6,02 €); –8,16 € + 6,02 €.

30/8 –14,18

31/9 –2,14

31/10 a) –15,1; b) 15,8; c) $-\frac{9}{3} = -3$; d) –2,1; e) –31; f) $-\frac{7}{3}$

31/11 Mert például a $\frac{2}{-5}$ tört egyenlő a $\frac{-2}{5}$ törttel. Hasonlóképpen a $\frac{-2}{-5}$ tört egyenlő a $\frac{2}{5}$ törttel.

31/12 a) 7; b) –4; –8; c) 2,3; 7; d) –4;

$-0{,}08; -\frac{2}{5}; -1{,}03; -8$; e) $2{,}3; \frac{1}{3}$, 7; f) $-4; -0{,}08; -\frac{2}{5}; -1{,}03; -8; -\frac{11}{7}$

31/13 Pl.: a) $2{,}7; 0{,}08$; b) $-\frac{1}{9}; -\frac{2}{11}$.

32/14 $-3{,}8; 2{,}176; \frac{1}{9}; -\frac{2}{11}$.

32/15 $3{,}4$ és $-3{,}4$; $4{,}3$ és $-4{,}3$; $\frac{4}{3}$ és $-\frac{4}{3}$; $\frac{3}{4}$ és $-\frac{3}{4}$

32/16 $-2{,}14$

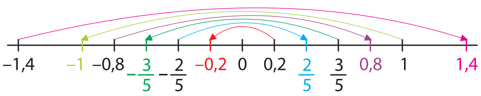
32/17 a) $-2{,}1$; b) $-15{,}8$; c) $\frac{7}{3}$; d) $-15{,}1$; e) $-15{,}8$; f) $\frac{9}{3} = 3$

32/18 a) A $-7{,}18$ abszolút értéke $7{,}18$. Helyes.
b) A $7{,}18$ abszolút értéke $-7{,}18$. Helytelen.
c) A $7{,}18$ abszolút értéke egyenlő a $-7{,}18$ abszolút értékével. Helyes.

32/19 a) $3{,}2$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $3{,}892$; e) $2{,}15$; f) 0

32/20 $-7{,}36; -0{,}21; 6{,}4; \frac{3}{8}$

33/21 Például:



33/22 a) $13{,}08$ és $-13{,}08$; b) $1{,}17$ és $-1{,}17$; c) $\frac{4}{3}$ és $-\frac{4}{3}$

33/23 $0{,}25; -0{,}25; -0{,}25; 0{,}25$

33/24 -3 ; $0{,}5$; $-0{,}5$; $0{,}25$; $-0{,}125$; $-0{,}375$

33/25 $-0{,}08; 2; -0{,}5; 0{,}08; -0{,}5; 18; 0{,}5; -18$

33/26 $-1; 12; -1$

34/28 -7

34/29 $1{,}5$

34/31 a) $-0{,}5$; b) -1; c) $0{,}5$; d) $\frac{474}{155} \doteq 3{,}06$; e) $-0{,}05$

Keresztül – kasul a racionális számokkal

35/1 $0{,}2; -0{,}5; -0{,}8; -1{,}3; 1; 0{,}25; 4{,}25; -0{,}\dot{2}; 0$; nincs megoldása

35/2 $A = -2{,}8$; $B = 2{,}5$; $C = -0{,}5$; $D = -66$; $E = 1{,}69$; $F = 4{,}5$; $G = -12{,}5$; $H = 20$

35/3 a) Magasabb volt a bevétele.
b) 12,10 €-val. e) 2 410,55 €.

35/4 a) $\frac{1}{8}$, b) $-\frac{3}{2}$, c) $-\frac{18}{25}$, d) $-\frac{2}{25}$

36/5 $16{,}1; 58{,}9; 16{,}1; 58{,}9; 12{,}5; 19{,}9; 19{,}9; 12{,}5$

36/6 a) $P(6) = 4$; b) $P(12) = 8$; c) $P\left(-\frac{9}{11}\right) = -\frac{6}{11}$.

36/7 Komáromban 8,2 °C-kal,
Komáromban 11,2 °C-kal,
Námesztóban 1,4 °C-kal,
Komáromban 1,3 °C-kal,
Komáromban 9,3 °C-kal.

Párhuzamosság és a négyszögek

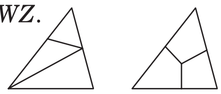
Négyszögek

37/1 $EFGH$, $UVWZ$, $IJKL$, $B_1B_2B_3B_4$, $C_1C_2C_3C_4$

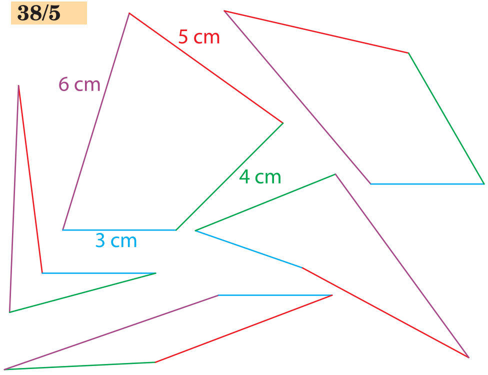
37/2 Pl.: $OZAK$, $KAZO$, $ZOKA$, $ZAKO$. Az átlók a KZ és az OA.

37/3 Mindegyik részben: $EFGH$, $UVWZ$.

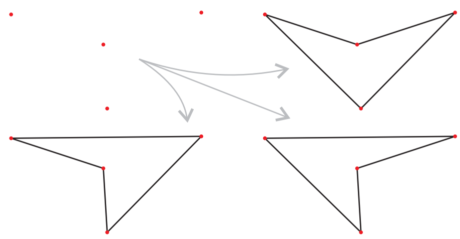
37/4 Pl.:



38/5

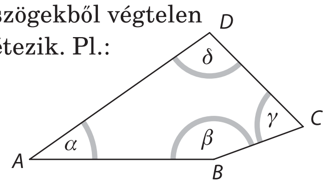


38/6 Pl.:



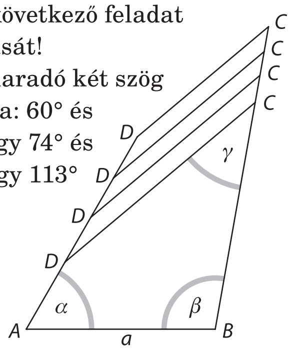
38/9 Igen, igaza van.

38/10 a) $\beta = 160°$, b) Ilyen négyszögekből végtelen sok létezik. Pl.:



38/11 Lásd a következő feladat megoldását!

38/12 A fennmaradó két szög nagysága: 60° és 166°, vagy 74° és 152°, vagy 113° és 113°.

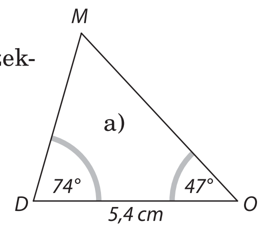


38/13

Kis visszatérés a háromszögekhez és a szögekhez

39/1 Háromszög-egyenlőtlenség: bármelyik két oldalhossz összegének nagyobbnak kell lennie a harmadik oldal hosszánál.

39/2 A háromszöget az a), b), c) részekben lehet megszerkeszteni.
A d), e), f) részekben a háromszöget nem lehet megszerkeszteni.

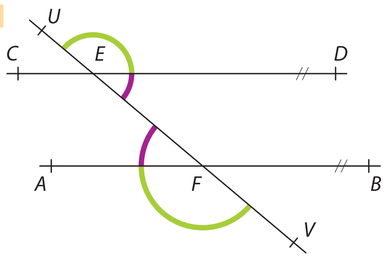


40/5 A háromszögben a szögek nagyságainak összege mindig 180°, ezért közülük bármelyik két szög nagyságának összege kisebb 180°-nál. Az első három esetben a feladatnak van megoldása, a fennmaradó háromban nincs.

A váltó- és az egyállású szögek

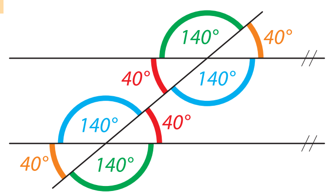
40/1 a) jobb oldalon metszik egymást, b) bal oldalon metszik egymást, c) párhuzamosak, d) jobb oldalon metszik egymást

42/2



42/3 CEU és AFE, UED és EFB.

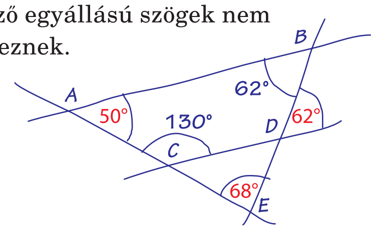
42/4



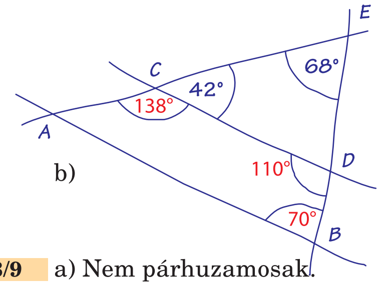
42/6 a) a piros, lila és a világoszöld szögek mindegyike 40°-os, a zöld, kék, sárga és a narancssárga szögek mindegyike 140°-os, b) $\omega = \gamma = \rho = 136°$, $\beta = \delta = \varepsilon = \phi = 44°$,
c) $\gamma = \varepsilon = \alpha = 57°$, $\rho = \phi = \beta = 123°$.

42/7 Sem különböző váltó-, sem különböző egyállású szögek nem léteznek.

43/8 a)



b)



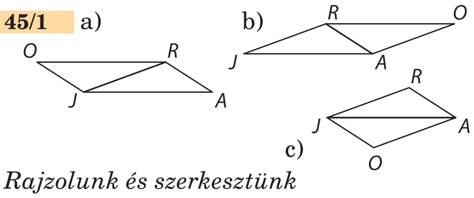
43/9 a) Nem párhuzamosak.
b) Párhuzamosak.

43/10 123°

43/11 $\alpha = 32°, \beta = 131°, \gamma = 17°, \delta = 17°$.

A paralelogrammák

45/1 a) b) c)



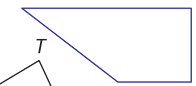
Rajzolunk és szerkesztünk

45/6 Az FSO és ESR háromszögek.

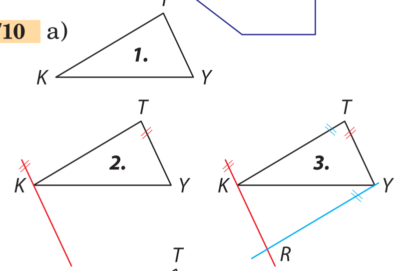
46/7 A megadásból következik, hogy az AL és IC oldalak hossza egyenlő. Egyenlő az LI és a CA oldalak hossza is, szintén a megadás alapján. Mindkét háromszögben közös az LC oldal – a négyszög átlója.

46/8 Az ALC és az ICL háromszögek egybevágóak az ooo tétel szerint. Ezért az ALC és az ICL szögek is egybevágóak. Mivel váltószögekről van szó, ezért az AL és az IC egyenesek párhuzamosak.

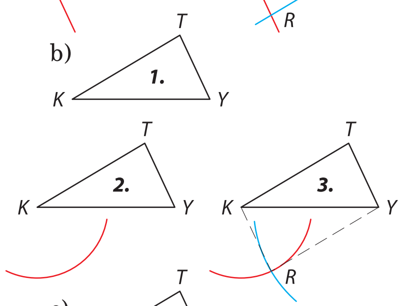
46/9 Pl.:



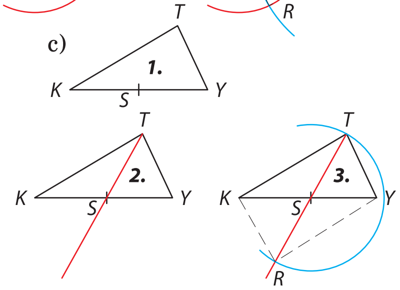
47/10 a)



b)



c)



47/11 $|AS| = |CS|$, mivel mindkét oldal az AC átló fele,
$|BS| = |DS|$, mivel mindkét oldal a BD átló fele,
$|AB| = |CD|$, mivel ezek szemközti oldalak a paralelogrammában, $|ASB\sphericalangle| = |CSD\sphericalangle|$, mivel csúcsszögek, $|ABS\sphericalangle| = |CDS\sphericalangle|$, mivel váltószögek, $|SAB\sphericalangle| = |SCD\sphericalangle|$, mivel váltószögek.

A paralelogrammák felosztása

47/1 Négyzet az 1. ábrán van. Téglalapok az 1. és 4. ábrákon vannak. Romboidok a 2., 3., 5. és 6. ábrákon vannak. Rombuszok a 2. és 6. ábrákon vannak.

48/2 Ha a paralelogrammában ezekre a háromszögekre érvényes, hogy egyenlő szárúak, akkor ez téglalap. Ha a paralelogrammában ezekre a háromszögekre érvényes, hogy derékszögűek, akkor ez rombusz vagy négyzet. Ha a paralelogrammában ezekre a háromszögekre érvényes, hogy egyenlő szárúak és derékszögűek, akkor ez négyzet.

48/3 Ha egy paralelogrammában az átlók hossza egyenlő, akkor ez téglalap. Ha a paralelogrammában az átlókra érvényes, hogy egymásra merőlegesek, akkor ez rombusz vagy négyzet. Ha a paralelogrammában az átlók hossza egyenlő és azok merőlegesek egymásra, akkor ez négyzet.

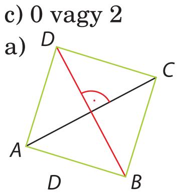
48/4 Ha a paralelogramma tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalak középpontjain átmenő egyenesek szerint, akkor ez téglalap. Ha a paralelogramma tengelyesen szimmetrikus az átlók szerint, akkor ez rombusz vagy négyzet. Ha a paralelogramma tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalak középpontjain átmenő egyenesek és egyben az átlók szerint is, akkor ez négyzet.

48/5 a) Téglalap, amely nem négyzet: minden szöge derékszög, a szomszédos oldalainak hossza különböző, a szemközti oldalak hossza egyenlő, az átlók hossza egyenlő, tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalak középpontjain átmenő egyenesek szerint.
b) Rombusz: szögei nem derékszögek, valamennyi oldalának hossza egyenlő, az átlói merőlegesek egymásra, tengelyesen szimmetrikus az átlók szerint.
c) Négyzet: mindegyik szöge derékszög, valamennyi oldalának hossza egyenlő, az átlóinak hossza egyenlő és ezek merőlegesek egymásra, tengelyesen szimmetrikus a szemközti oldalak középpontjait összekötő egyenesek és az átlók szerint.

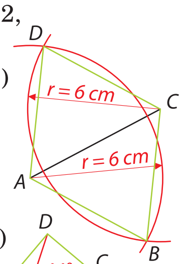
48/6 Attila nem következtetett helyesen. Az ábrán a téglalaptól eltérő paralelogramma is lehet. Ahhoz, hogy csupán hosszúságmérés alapján biztosak lehessünk abban, hogy az ábrán téglalap van, le kell mérnünk mindkét átló hosszát is, és ezeknek egyenlőnek kell lenni.

49/7 a) 0 vagy 4, b) 0 vagy 2, c) 0 vagy 2

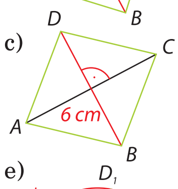
49/8 a)



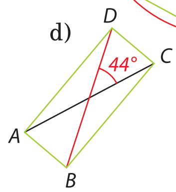
b)



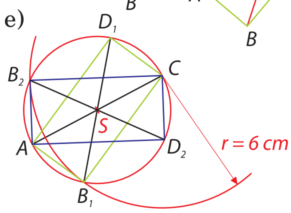
c)



d)

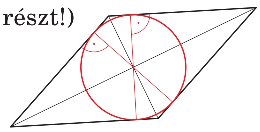


e)



49/9 a) Nincs megoldása.
b) Nincs megoldása.

49/10 a) Nincs megoldása (A megoldás csak rombusz esetében létezik – lásd a b) részt!)
b)



A trapéz

50/2 Trapéz az a) és c) ábrán van. A b) ábrán paralelogramma van. A d) ábrán téglalap van.

50/3 a) 0 vagy 2, b) 0, 1 vagy 2, c) 0, 1, vagy 2

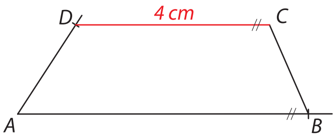
50/4 Igen, igaza van.

51/7 Az ábrán kékkel kijelölt szögek egybevágók, mert váltószögek. A kék és a piros szög összege 180°, mert szomszédos szögek. Ezért az egy száron fekvő kék és piros szög összege is 180°.

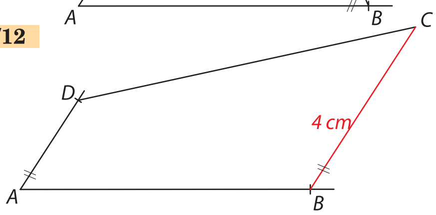
51/8 a) Az *EAB* és az *EDC* szögek egyállásúak. Ugyanúgy az *EBA* és az *ECD* szögek is egyállásúak. Mivel az *ABE* háromszög egyenlő szárú, ezért az *EAB* és az *EBA* szögek egyenlő nagyságúak. Ezért az *EDC* és az *ECD* szögeknek is egyenlő a nagysága. Tehát a *DCE* háromszög egyenlő szárú.
b) Ha az *AE* és *BE* egyenlő hosszúságú oldalakból ugyanakkora *DE* és *CE* szakaszokat vágunk le, a kapott *AD* és *BC* szakaszok hossza is egyenlő. És ezek az *ABCD* trapéz szárai.

52/10 Megegyeznek az átfogóban, befogóban és a derékszögben.

52/11

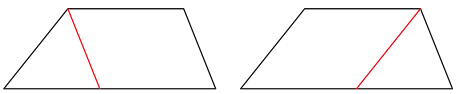


52/12

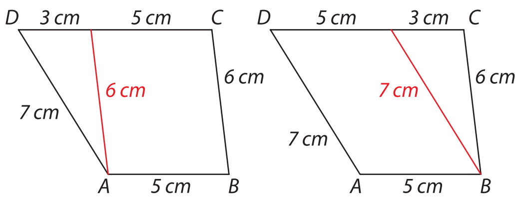


52/13 a) igen, b) nem

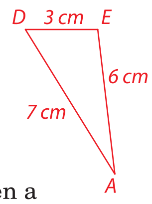
53/14



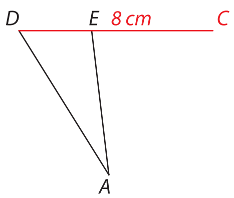
53/15



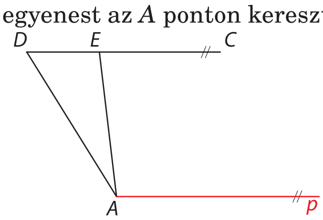
53/16 **1.** *ADE* háromszög,
$|AD| = 7$ cm,
$|AE| = 6$ cm,
$|DE| = 3$ cm.



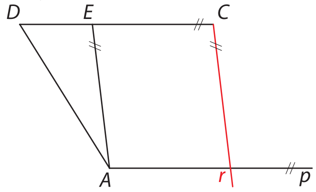
2. A *DE* félegyenesen a *C* pont úgy, hogy $|DC| = 8$ cm.



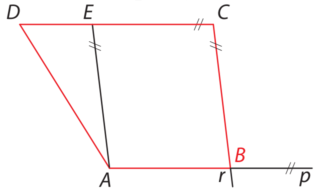
3. A *CD* szakasszal párhuzamos *p* egyenest az *A* ponton keresztül.



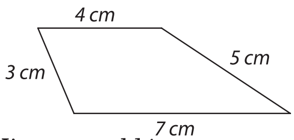
4. Az *AE* szakasszal párhuzamos *r* egyenest a *C* ponton keresztül.



5. *ABCD* trapéz, a *B* pont a *p* és az *r* metszéspontja.

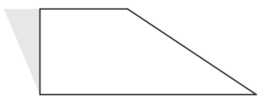


53/17 a)



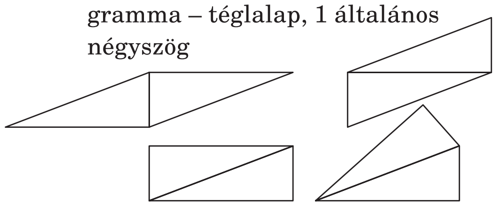
b) Nincs megoldása.

53/18

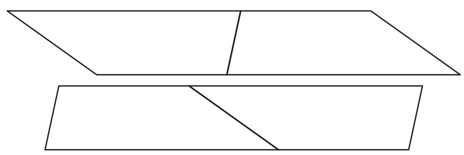


Tangram és más összerakók

53/1 2 paralelogramma, 1 paralelogramma – téglalap, 1 általános négyszög

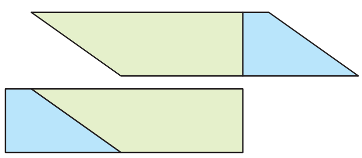


53/2 Két különböző megoldás létezik. Ha az eredeti trapéz egyenlő szárú, akkor csak egy megoldás van.



53/3 A szemközti oldalak hossza egyenlő. A szemközti szögek nagysága egyenlő.

53/4



54/6 Két egyforma nagyságú, nagyobb egyenlő szárú derékszögű háromszög, két egyforma nagyságú, kisebb egyenlő szárú derékszögű háromszög, egy közepes nagyságú, egyenlő szárú derékszögű háromszög, egy négyzet és egy paralelogramma.

54/9 a)

b)

c)

d)

54/10

Esély és valószínűség

A tombola

56/3 a) Megközelítőleg 1,32 €-ért. Ha 1,50 €-ért fogják árusítani a sorsjegyeket, 100 € hasznuk lesz akkor is, ha nem adják el az összes sorsjegyet. b) Megközelítőleg 2,06 €-ért. Ha 2,10 €-ért fogják árulni a sorsjegyeket, akkor a hasznuk 100 € lehet akkor is, ha nem adnak el 160 sorsjegyet. c) Legalább 165 sorsjegyet.

57/8 Vera tombolájában 400 : 160 = = 2,5-ször kevesebb sorsjegy van, tehát 400 : 160 = 2,5-ször nagyobb a nyerés esélye. Ez akkor lenne érvényes, ha mindketten egyforma számú sorsjegyet vásárolnának. Vera 2-szer kevesebbet vásárolt, az esélye ezért 2-szer kisebb: 2,5 : 2 = 1,25. Verának Pétertől 1,25-ször nagyobb esélye van a nyerésre.

57/9 Pontosan 100-szor.

57/10 a) 50, b) 25 €

57/11 Kisebb esélye van Janinak. Az esélye 2-szer kisebb.

57/12 Nagyobb esélye van Janinak.

57/13 a) 2-szer, b) 3-szor, c) 12-szer, d) 88-szor, e) 200-szor.

<u>A valószínűség</u>

58/2 a) Ha megveszem az összes sorsjegyet. b) Ha nem vettem egyetlen sorsjegyet sem.

58/3 186

59/6 a) $2 \cdot 0{,}005 = 0{,}01$; b) 0,015; c) 0,025; d) 0,06; e) 0,22.

59/7 a) 2,5-ször csökkennek: a) 0,004; b) 0,006; c) 0,01; d) 0,024; e) 0,088,
b) 1,25-ször növekednek: a) 0,012 5; b) 0,018 75; c) 0,031 25; d) 0,075; e) 0,275,
c) 1,5-ször csökkennek: a) $0{,}00\overline{6}$; b) 0,01; c) $0{,}01\overline{6}$; d) 0,04; e) $0{,}14\overline{6}$

59/8 0,027 343…

59/9 Az első tombolában az első díj megnyerésének valószínűsége 0,015. A másodikban 0,014 705… Nagyobb a díj megnyerésének valószínűsége az első tombolában, habár csak nagyon elenyésző értékkel.

60/10 a) $\frac{3}{50} = 0{,}06$, b) $\frac{5}{80} = 0{,}062\,5$, c) Nagyobb esélye van Milánnak.

61/11 a) Zita: $\frac{7}{50} = 0{,}14$, Milán: $\frac{11}{80} = 0{,}137\,5$, nagyobb esélye van a nyerésre Zitának, b) Zita: $\frac{16}{50} = 0{,}32$, Milán: $\frac{26}{80} = 0{,}325$, nagyobb esélye van a nyerésre Milánnak.

61/12 a) 25 sorsjegyet, b) 5 sorsjegyet, c) 13 sorsjegyet.

Melyik szám esik a leggyakrabban?

62/4 Együtt 1 200 dobás volt, ezért az osztályban 1 200 : 50 = 24 tanuló van. A dobott pontszámok átlaga: 4 178 : 1 200 ≐ 3,481 667

Hányadik kísérletre esik a 6-os a kockán leggyakrabban?

62/2 a) A hatos elsőre eshet. b) Misinek 18-szor kellett dobnia, míg végre hatos esett. Kellett valakinek az osztályban Misinél többet dobnia ahhoz, hogy hatos essen?

63/5 Mindegyik esetben $\frac{1}{6}$.

63/6 a) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, c) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

63/7 a) $0{,}\overline{6}$, b) 0,5

64/8 Ha semmit sem ront el, akkor 1 valószínűséggel.

Pénzérmékkel dobunk

66/1 a) $\frac{1}{2} = 0{,}5$, b) $\frac{1}{2} = 0{,}5$. Ismét feltételeztük, hogy az érem sem eshet az élére.

66/2 a) $\frac{1}{4} = 0{,}25$, b) $\frac{1}{4} = 0{,}25$, c) $\frac{1}{2} = 0{,}5$, d) $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

66/3 Nem változna meg, de a b) és a d) lehetőségeket nehezen tudnánk megkülönböztetni egymástól.

66/4 a) $\frac{1}{8} = 0{,}125$, b) $\frac{1}{8} = 0{,}125$, c) $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

További játékokat játszunk

66/1 $\frac{3}{8} = 0{,}375$ **66/2** $\frac{3}{8} = 0{,}375$

66/3 $\frac{3}{8} = 0{,}375$

68/9 Károly a P1 golyóhoz fokozatosan kiírta az összes golyót, amelyet vele együtt húzhatunk ki. Utána a P2 golyóval folytatta, utána a P3, stb

69/10 A P1 + P2 és a P2 + P1 lehetőségek egyformák, mert ugyanazokat a golyókat húznánk ki. Boglárka menetét szintén felhasználhatnánk – ha elképzelnénk, hogy a golyókat fokozatosan húznánk ki, először az egyiket, utána a másikat. Ekkor minden lehetőség kétszer fordulna elő. A végső eredményt azonban ez nem befolyásolná.

69/12 Összesen 21 lehetőség van. „Péter-lehetőségek" száma 9. A játék ismét igazságtalan Péterre nézve.

69/13 Összesen 36 lehetőség van. A „Péter-lehetőségek" száma 18. A játék mindkettőjük számára igazságos.

Csoportokat válogatunk

70/1 a) Először az L1, L2, L3, L4, L5 jelölésű 5 cédulából 1 lányt sorsolunk ki. A második körben 8 cédula van. A F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7, F8 cédulákból egy fiút sorsolunk ki. Összesen 13 cédulára van szükség. b) Mivel csak egyszer kell sorsolni, a cédulákon fel kell tüntetni az összes lehetőséget. 40 cédula lesz:

C1 D1	C2 D1	C3 D1	C4 D1	C5 D1	C6 D1	C7 D1	C8 D1
C1 D2	C2 D2	C3 D2	C4 D2	C5 D2	C6 D2	C7 D2	C8 D2
C1 D3	C2 D3	C3 D3	C4 D3	C5 D3	C6 D3	C7 D3	C8 D3
C1 D4	C2 D4	C3 D4	C4 D4	C5 D4	C6 D4	C7 D4	C8 D4
C1 D5	C2 D5	C3 D5	C4 D5	C5 D5	C6 D5	C7 D5	C8 D5

70/3 Nagyobb az esély arra, hogy kisorsolják Évát (0,2), mint arra, hogy kisorsolják Ádámot (0,125).

70/5 $\frac{6}{8} = 0{,}75$ **70/6** $\frac{3}{5} = 0{,}6$

71/7 Pl.: 1. módszer: Kisorsolni 1 fiút 4 cédulából. Utána kisorsolni 1 lányt 7 cédulából. Befejezésül kisorsolni a másik lányt a fennmaradó 6 cédulából.
2. módszer: Kisorsolni 1 fiút 4 cédulából. Utána kisorsolni egy lánypárt az összes lánypárt tartalmazó előkészített 21 cédulából.

71/9 $\frac{1}{14}$

71/10 Pl.: 1. módszer: Kisorsolni 1 lányt 7 cédulából. Utána kisorsolni 1 fiút 4 cédulából. Befejezésül kisorsolni a másik fiút a fennmaradó 3 cédulából.
2. módszer: Kisorsolni 1 lányt 7 cédulából. Utána kisorsolni egy fiúpárt az összes fiúpárt tartalmazó előkészített 6 cédulából.

71/11 Éva esélye $\frac{1}{7}$, ami megközelítőleg 0,14. Ádám esélye $\frac{3}{6}$, vagyis pontosan 0,5. Ádámnak tehát sokkal nagyobb esélye van, hogy kisorsolják, mint Évának.

71/12 $\frac{3}{42} = 0{,}071…$

72/13 Pl.: Külön cédulákra felírunk 5 lány és 5 fiú nevet. A lányneveket tartalmazó 5 cédulából kisorsolunk kettőt, a fiúneveket tartalmazó cédulákból kisorsolunk hármat.

72/14 Nagyobb annak az esélye, hogy kisorsolják Ádámot.

72/15 Nagyobb annak az esélye, hogy nem sorsolják ki Évát.

A hazárdjátékok

73/4 a) $\frac{1}{36}$. Mindkét körben hatosnak kellett esni. b) $\frac{25}{36}$. Egyetlen körben sem eshetett hatos. c) Ez nem lehetséges (csak a 18, –2 és 8 lehetőségek vannak). A valószínűség 0.

73/6 Zsuzsannának igaza van. Összesen 36 lehetőség van:

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

73/8 a) $\frac{11}{36}$, b) $\frac{11}{36}$, c) $\frac{1}{36}$, d) $\frac{1}{36}$, e) $\frac{1}{36}$

74/9 $\frac{1}{5\,000} = 0{,}000\,2$

74/10 A szervező keresete:
a) 2 € · 100 = 200 €, b) 2 000 €,
c) 10 000 € – 3 333 € = 6 667 €,
d) 12 667 €, e) 18 234 €.

74/11 Nincs igaza. A játékban egy SMS 8 €-ba kerül, nem 2 €-ba. Vagyis, ha 50 SMS-t elküld, akkor 400 €-t költ el.

74/12 Kívüle még más játékosok is küldtek SMS-t, tehát megtörténhetett, hogy egyik SMS-e sem volt pontosan 50. a sorrendben.

Páros vagy páratlan?

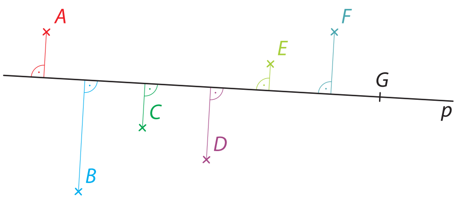
75/4 a) b) A megoldás ugyanolyan, mint a PP lehetőségnél. c) Ahhoz, hogy a PNN nyerjen, először P-t kell dobnunk. Mivel már dobtunk NN-t, vagy sokszor egymás után N-t dobunk és a végén P-t (ebben az esetben az NNP nyer), vagy rögtön P-t dobunk (szintén az NNP nyer).

75/5 A PNN lehetőségnek háromszor nagyobb esélye van, mint az NNP lehetőségnek.

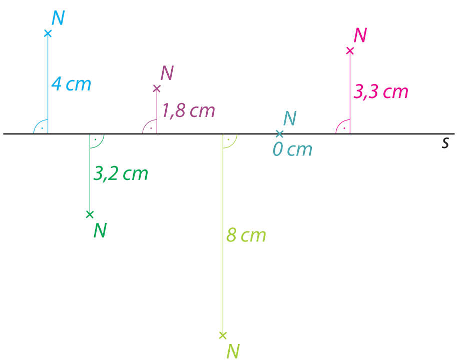
Geometriai alakzatok területe

A távolság

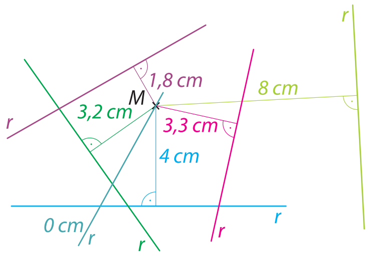
77/3 Az egyenesre illeszkedő pont távolsága az egyenestől 0.



77/4



77/5



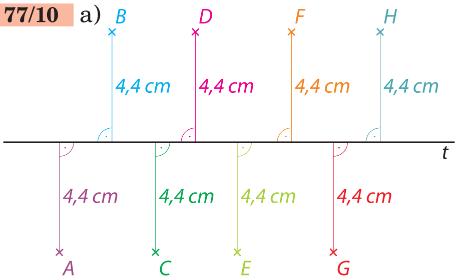
77/6 a) 4 cm, b) 5,5 cm, c) 4 cm, d) 5,5 cm.

77/7 Megközelítőleg 5,2 cm.

77/8 a) megközelítőleg 6 cm,
b) megközelítőleg 5 cm,
c) megközelítőleg 3,7 cm.

77/9 Mindegyik távolság egyenlő.

77/10 a)



b) Elegendő szerkeszteni egy, a *t* egyenessel párhuzamos egyenest, miközben minden pontja 4,4 cm távolságra van a *t* egyenestől.

78/12 …merőleges a másikra is.

78/14 10 téglalap: *ABLK*, *ACMK*, *ADNK*, *AEOK*, *BCML*, *BDNL*, *BEOL*, *CDNM*, *CEOM*, *DEON*.

78/15 a) $|a, b| = 1{,}5$ cm; $|a, c| = 2{,}5$ cm;
$|a, d| = 5$ cm; $|b, c| = 1$ cm;
$|b, d| = 3{,}5$ cm; $|c, d| = 2{,}5$ cm
b) $|a, b| = 2{,}7$ cm; $|a, c| = 4$ cm;
$|a, d| = 5{,}7$ cm; $|b, c| = 1{,}3$ cm;
$|b, d| = 3$ cm; $|c, d| = 1{,}7$ cm.

80/22 a) 8 mm; b) 9,5 mm; c) 9,5 mm; d) 7 mm.

A paralelogramma magassága és területe

80/3 v_{BC}, v_{AD}, v_b, v_d

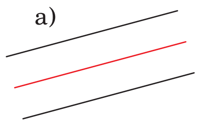
81/5 a) 1 cm és 5 cm, b) 2 cm és 4 cm.

81/6 1 cm vagy 7 cm.

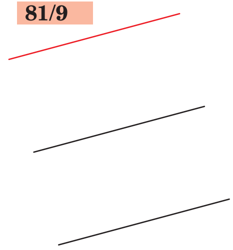
81/7 7 cm vagy 1 cm.

81/8 Fekete színűek az adott egyenesek, piros színű a feladat megoldása.

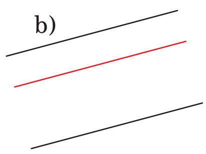
a)



81/9



b)



81/10 a) 28 cm^2, b) 13,12 dm^2,
c) 768 mm^2 vagy 7,68 cm^2.

81/11 A terület a) 2 392 m^2, b) 23,92 a, c) 0,239 2 ha.

81/12 a) 2,25 cm^2, b) 4,5 cm^2, c) 10 cm^2.

81/13 a) 13,5 cm^2, b) 30 cm^2.

81/14 Legkisebb területe van a derékszögű háromszögnek a d) ábrán, legnagyobb területe van a téglalapnak a b) ábrán.

82/16 Körülbelül 45 cm^2.

82/18 Megegyeznek mindhárom szögben (egyik szögük derékszög, a másik pár egyenlő nagyságú, mert a paralelogramma szemben fekvő szögei). Ezen kívül megegyezik az átfogójuk hossza (a paralelogramma szemközti oldalai). Tehát egybevágóak a szosz tétel alapján.

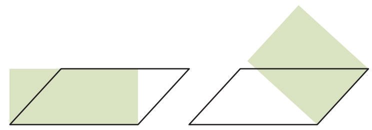
82/19 Pontosan 18 cm^2.

83/20 Azért, mert mindkét alakzat egyforma alakzatokból áll: a kék téglalapból és a zöld háromszögből.

83/21 a) 12 cm^2, b) 15,75 cm^2, c) 15 cm^2.

83/23 Az oldalhosszak és a magasságok mérése pontatlan, ezért a terület kétféle módon való számításánál eltérések keletkezhetnek.

83/24

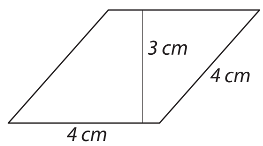


84/25 Pl.:
1. lépés: 2. lépés

84/26 Péter biztosan nem mért jól az a), c) és d) részben.

84/27 a) 1,562 5 cm, b) 3,6 cm,
c) megközelítőleg 1,108 cm,
d) megközelítőleg 7,352 cm.

84/28 A terület 4 cm · 3 cm = 12 cm^2.



84/29 Lásd a 82/19 feladat megadását!

A háromszög magassága és területe

86/5 v_{AC} vagy v_b, v_{AB} vagy v_c.

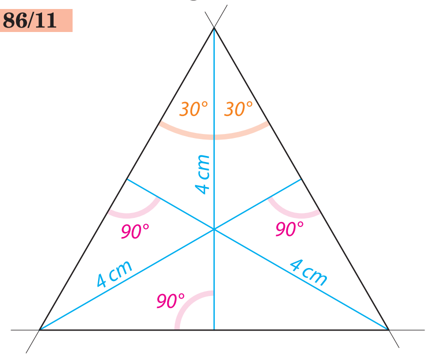
86/6 v_{KL} vagy v_m, v_{KM} vagy v_l, v_{LM} vagy v_k.

86/8 Igen.

86/9 Igen. Tetszőleges egyenlő szárú háromszögben.

86/10 Igen. Tetszőleges egyenlő oldalú háromszögben.

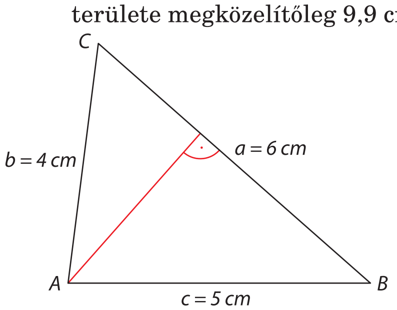
86/11



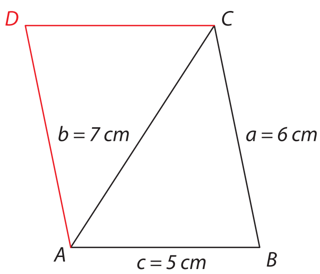
86/12 Mindegyik magasság egy ponton megy át.

86/13 Metszik egymást, de a háromszögön kívül.

86/14 a) A két derékszögű háromszög területe megközelítőleg 6,2 cm² és 3,7 cm². b) Az *ABC* háromszög területe megközelítőleg 9,9 cm².



86/15 a) Az *ABCD* paralelogramma területe megközelítőleg 29,4 cm². b) Az *ABC* háromszög területe megközelítőleg 14,7 cm².



86/16 Az *ABC* háromszög területére mindkét módszerrel megközelítőleg 20,3 cm²-et kapunk.

88/19 a) megközelítőleg 5,3 cm², b) megközelítőleg 23 cm², c) 7,5 cm².

88/20 10 cm, 10 cm, 4,5 cm, 3,7 cm, pl. 6 cm és 4 cm.

88/24 Igen.

A trapéz területe

90/2 a) 9 cm², b) 13,68 cm².

90/3 19,575 cm², 22,325 dm², 13,44 cm², 39,9 dm², 31,16 cm².

90/4 Barna háromszög: 6 cm², zöld háromszög: 12,5 cm², zöld trapéz: 5 cm², sárga háromszög: 10,5 cm², piros paralelogramma: 10 cm², rózsaszín paralelogramma: 12 cm², kék trapéz: 24 cm².

90/5 piros háromszög: 24 cm², sárga háromszög: 12 cm², lila „lyukas" sokszög: 32,5 cm², kék paralelogramma: 18 cm².

Kifejezések, képletek és egyenletek I

91/1 a) $S = 78{,}2$ cm², b) $S = 301$ cm².

91/2 a) $V = 29{,}791$ cm³, $P = 57{,}66$ cm², b) $V = 351$ cm³, $P = 519{,}6$ cm².

92/4 a) $\frac{8 \cdot 5}{2} = 20$ cm², b) $\frac{8{,}5 \cdot 5{,}4}{2} = 22{,}95$ m².

92/5 $\frac{68 \cdot 52}{2} = 1\,768$ mm².

92/6 $8 \cdot 5{,}5 = 11 \cdot 4 = 44$ cm².

92/7 $S = \frac{u_1 \cdot u_2}{2} = \frac{4{,}4 \cdot 6}{2} = 13{,}2$ dm².

93/10 A feladatnak két megoldása van: 1. megoldás: ha 6 cm a szár hossza: 21 cm – 6 cm – 6 cm = = 9 cm. 2. megoldás: ha 6 cm az alap hossza: 21 cm – 6 cm = 15 cm, 15 cm : 2 = 7,5 cm.

93/12 Igen.

93/13 $21 = 6 + 6 + c$ vagy $21 = 6 + c + c$.

<u>Egyenletek összegre és különbségre</u>

Egyenletek, amelyekben az ismeretlen az egyik összeadandó

95/1 a) 6, b) 12, c) 127, d) 216, e) 8 596, f) 7 720, g) 58 962, h) 302 108

95/2 a) $a = 28$, b) $b = 5{,}8$, c) $c = 286{,}11$, d) $d = 19{,}35$, e) $e = 3\,004{,}32$, f) $f = 42\,277{,}8$

95/4 a) $s = 304$, b) $x = 188{,}9$, c) $z = 26{,}2$

96/5 a) $a = –4$, b) $b = –57$, c) $c = –43{,}4$, d) $d = 31$, e) $e = –155{,}2$, f) $f = 71$

96/6 a) $\frac{1}{4}$, b) $-\frac{1}{33}$, c) $-\frac{37}{14}$, d) $\frac{5}{22}$

96/8 a) $78 + h = 405$; $h = 327$, b) $h + 345 = 200$; $h = –145$, c) $h + 12{,}7 = 8{,}91$; $h = –3{,}79$, d) $h + 102 = 200$, $h = 98$.

96/10 A labdák számát megjelöljük l-lel. A megadás alapján érvényes: $l + 3 \cdot 6 = 50$, vagyis $l + 18 = 50$. A megoldás: $l = 32$.

96/11 9 946,24 €.

Egyenletek, amelyekben a kivonandó az ismeretlen

97/1 a) 11, b) 273, c) 1 304, d) 18 038

97/2 a) $a = 125$, b) $b = 6{,}65$, c) $c = 5\,701$, d) $d = 1\,553{,}5$

97/3 a) $s = 875$, b) $n = 408{,}6$, c) $K = 56{,}367$

97/4 a) $a = 45$, b) $b = –29$, c) $c = –9$, d) $d = –1{,}06$, e) $e = -\frac{7}{10}$, f) $f = -\frac{47}{56}$, g) $g = -\frac{34}{55}$, h) $h = -\frac{23}{36}$

97/6 a) $211 – h = 308$; $h = –97$, b) $345 – h = 88$; $h = 257$, c) $12{,}86 – h = 0{,}47$; $h = 12{,}39$, d) $2\,308 – h = 1\,208$; $h = 1\,100$

97/7 $2\,543 – g = 2\,098$; $g = 445$

Egyenletek, amelyekben a kisebbítendő az ismeretlen

98/1 a) 87, b) 527, c) 3 334, d) 79 623

98/3 a) $a = 699$, b) $b = 18{,}95$, c) $c = 7\,775$, d) $d = 6\,081{,}3$

98/4 a) $s = 949$, b) $n = 1\,010$, c) $K = 99{,}707$

98/5 a) $a = 29$, b) $b = –53$, c) $c = 45$, d) $d = –7{,}3$, e) $e = \frac{23}{10}$, f) $f = \frac{33}{56}$, g) $g = \frac{56}{55}$, h) $h = \frac{7}{36}$

98/7 a) $h – 4{,}16 = 32{,}7$; $h = 36{,}86$, b) $h – 345 = –8$; $h = 337$, c) $h – 38{,}902 = 21{,}07$; $h = 59{,}972$, d) $h – 51 = 72$, $h = 123$.

98/8 $n – 19 = 48$; $n = 67$.

99/9 a) $q = 31{,}41$, b) $p = –23{,}79$, c) $r = –23{,}79$, d) $s = 23{,}79$, e) $k = 0{,}5$, f) $l = 0{,}5$, g) $m = 1$, h) $n = 0{,}5$

99/10 a) $h + 37 = 508$ *vagy* $h = 508 – 37$, $h = 471$, b) $h – 238 = 560$, $h = 798$, c) $1\,067 – h = 888$, $h = 179$, d) $h – 37 = 508$ vagy $h = 508 + 37$, $h = 545$, e) $h + 238 = 560$, $h = 322$.

Marcell segédeszköze

100/2 Marcell felfedezése érvényes.

100/3 a) –16, b) 323, c) 824, d) 37

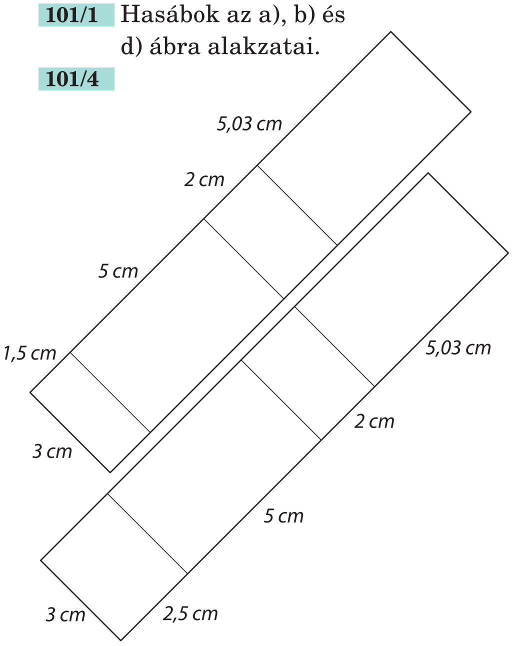
100/4 a) $a = –2{,}3$, b) $b = 12{,}8$, c) $c = 674{,}7$, d) $d = –24{,}1$, e) $e = 1{,}325$, f) $f = -\frac{5}{6}$, g) $g = 0{,}625$, h) $h = 0{,}05$

100/5 a) $x - 23{,}8 = 17{,}2$; $x = 41$,
b) $23{,}8 + x = 17{,}2$; $x = -6{,}6$,
c) $x + 23{,}8 = 17{,}2$; $x = -6{,}6$,
d) $23{,}8 - x = 17{,}2$; $x = 6{,}6$.

Hasábok II

101/1 Hasábok az a), b) és d) ábra alakzatai.

101/4



A hasáb felszíne

102/2 Az alaplap egy trapéz. Ennek a területe $\frac{(3+1)\cdot 5}{2} = 10\ \text{cm}^2$.
Az oldallapok téglalapok. A területük együttvéve
3 cm · 2 cm + 5 cm · 2 cm + 1 cm · · 2 cm + 5,4 cm · 2 cm = 28,8 cm².
Tehát a hasáb felszíne $P = 2 \cdot 10\ \text{cm}^2 + 28{,}8\ \text{cm}^2 = 48{,}8\ \text{cm}^2$.

103/5 a) 168 cm², b) 150 cm², c) 268 cm².

103/6 56 cm².

103/7 Lásd a következő feladat megoldását!

103/8 Ha az alaplap 18 cm kerületű négyzet, akkor az oldalhossza 4,5 cm. A hasáb magassága ekkor 8 cm. A felszíne 184,5 cm². Ha a hasáb alaplapja 8 cm kerületű négyzet, akkor az oldalhossza 2 cm. A hasáb magassága ekkor 18 cm. A felszíne 152 cm².

103/9 a) 36 cm², b) megközelítőleg 155,1 cm².

103/10 Megközelítőleg 86,5 cm².

104/11 Megközelítőleg 26 €.

A hasáb térfogata

104/1 256 cm³ és 128 cm³.

104/2 288 cm³ és 96 cm³.

104/3 120 cm³.

104/4 a) 600 cm³, b) 6 cm³, c) 150 cm³, d) 24 cm³.

105/8 Megközelítőleg 28 cm³.

105/9 20 cm³.

105/10 a) 12 cm³, b) megközelítőleg 124,7 cm³.

106/11 41,25 cm³.

106/12 5. feladat: a) 120 cm³, b) 108 cm³, c) 252 cm³, 6. feladat: 24 cm³, 7. feladat: 162 cm³ vagy 72 cm³.

106/13 A medence térfogata 600 m³ = = 600 000 liter. 600 000 : 5 000 = = 120 perc = 2 óra alatt telítődik meg.

106/14 30,8 cm.

106/15 Megközelítőleg 225,6 cm².

106/16 Megközelítőleg 244,8 cm³.

106/17 a) 4-szeresen, b) 8-szorosan növekedne.

Körvonal és kör II

A körvonal hossza és a kör kerülete

107/4 Beírt alakzatok: legkisebb kerülete a háromszögnek, legnagyobb kerülete a tizenkétszögnek van. Köréírt alakzatok: legnagyobb kerülete a háromszögnek, legkisebb kerülete a tizenkétszögnek van.

109/6 a) $8 \cdot \pi$ cm ≐ 25,12 cm,
b) $12 \cdot \pi$ cm ≐ 37,68 cm,
c) $4 \cdot \pi$ cm ≐ 12,56 cm,
d) $6 \cdot \pi$ cm ≐ 18,84 cm.

110/7 a) $2 \cdot \pi \cdot 3$ cm ≐ 18,84 cm,
b) $2 \cdot \pi \cdot 5$ cm ≐ 31,4 cm,
c) $3 \cdot \pi$ cm ≐ 9,42 cm,
d) $5 \cdot \pi$ cm ≐ 15,7 cm.

110/8 a) $r = 3{,}5$ cm, b) 2,2 dm, c) 3,4 mm.

110/9 a) $2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{22}{7} \doteq 3{,}14$ m,
b) $2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{88}{21} \doteq 4{,}19$ m.

110/10 a) 80,855 mm, b) 73,005 mm.

111/13 a) 31,4 cm, b) 15,7 cm, c) 6,28 cm, d) 3,31 cm, e) 59,49 cm.

111/14 a) 50 m + 50 m + 78,5 m = = 178,5 m,
b) 50 m + 50 m + 81,64 m = = 181,64 m.
3,14 m-rel futna többet.

111/15 a) 219,8 cm, b) 204,1 cm, c) 207,3656 cm, d) 207,365 6 cm, e) 215,341 2 cm

111/16 Egyenlő a hosszuk.

A kör területe

2. kísérlet
A területek megközelítő értéke:
a) 1 250 mm², b) 5 000 mm², c) 20 000 mm².

113/1 A területek: 314 mm², 1 256 mm², 5 024 mm², 20 096 mm².

113/3 a) 7,065 cm², b) 28,26 cm², c) 113,04 cm², d) 452,16 cm².

114/5 19,625 dm².

114/6 1 384,74 cm².

114/7 a) 226,08 cm², b) 113,04 cm².

114/8 Az egész kör területe 3,14 · 11 · · 11 = 379,94 dm³. A megfelelő körcikk területét egyenes arányossággal határozzuk meg:
360° ..... 379,94 dm²
70° .... x dm²
Tehát $x = 379{,}94 \cdot \frac{70}{360} \doteq 73{,}88\ \text{dm}^2$.

114/9 $S = \pi \cdot r \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°}$

114/10 Az eredmény ugyanaz az a) és a b) részben is: nagyobb kör területe – kisebb kör területe = = 615,44 cm² – 200,96 cm² = = 414,48 cm².

114/11 1 740,625 m².

114/12 Megközelítőleg 1,45 cm².

Kifejezések, képletek és egyenletek II

Egyenletek szorzatra és hányadosra

Egyenletek, amelyekben ismeretlen az egyik szorzótényező

115/1 a) 6, b) 4, c) 4, d) 14, e) 101

115/2 a) $a = 2$, b) $b = 1{,}8$, c) $c = 4$, d) $d = 6{,}01$, e) $e = 6{,}4$, f) $f = 12{,}37$

116/4 a) $s = 23$, b) $x = 0{,}04$, c) $z = 0{,}000\,625$

116/5 a) $a = -0{,}5$, b) $b = 6$, c) $c = -1$, d) $d = 7$, e) $e = 0{,}5$, f) $f = -0{,}125$

116/6 a) 2, b) $\frac{1}{2}$, c) $-\frac{3}{8}$, d) $\frac{11}{6}$

116/8 a) $0{,}2 \cdot h = 2{,}8$; $h = 14$,
b) $h \cdot 14{,}2 = -0{,}426$; $h = -0{,}03$,
c) $h \cdot 2\,300 = 1\,150$; $h = 0{,}5$,
d) $h \cdot 10 = 200$, $h = 20$.

116/10 1 méter anyag árát megjelöljük c-vel. A megadás alapján érvényes: $c \cdot 8{,}5 = 38{,}25$, tehát $38{,}25 : 8{,}5 = c$. A megoldás: $c = 4{,}5$. Egy méter anyag ára 4,50 €.

Egyenletek, amelyekben ismeretlen az osztó

117/1 a) 4, b) 7, c) 201, d) 8 056
117/2 a) $a = 0{,}2$, b) $b = 0{,}11$, c) $c = 3{,}14$, d) $d = 6{,}08$
117/3 a) $s = 205$, b) $n = 5{,}71$, c) $K = 911$
117/4 a) $a = -8$, b) $b = 4$, c) $c = -0{,}5$, d) $d = -7{,}4$, e) $e = -\frac{8}{9}$, f) $f = -\frac{7}{40}$, g) $g = -\frac{2}{9}$, h) $h = \frac{8}{15}$
117/6 a) $-3{,}92 : h = 2{,}8$; $h = -1{,}4$, b) $1{,}024 : h = 32$; $h = 0{,}032$, c) $6{,}82 : h = 40$; $h = 0{,}170\,5$, d) $65\,536 : h = 12{,}8$; $h = 5\,120$.
117/7 $3\,718 : g = 286$; $g = 13$.

Egyenletek, amelyekben ismeretlen az osztandó

118/1 a) 36, b) 122, c) 2 769, d) 288 472
118/3 a) $a = 2\,296$, b) $b = 17{,}172$, c) $c = 0{,}257\,52$, d) $d = 1\,877{,}76$
118/4 a) $s = 328$, b) $n = 38{,}151$, c) $K = 280{,}28$
118/5 a) $a = -296$, b) $b = 492$, c) $c = -486$, d) $d = 13{,}041\,6$, e) $e = 1{,}2$, f) $f = -\frac{5}{56}$, g) $g = \frac{9}{55}$, h) $h = -\frac{5}{54}$
118/7 a) $h : 4{,}16 = 32{,}7$; $h = 136{,}032$, b) $h : 345 = -8$; $h = -2\,760$, c) $h : 38 = 21{,}07$; $h = 800{,}66$, d) $h : 7 = 51$, $h = 357$.
118/8 $c : 3 = 2{,}50$ €; $c = 7{,}50$ €.
119/9 a) $q = 20{,}48$, b) $p = 0{,}5$, c) $r = 0{,}5$, d) $s = 2$, e) $k = 3$, f) $l = \frac{1}{3}$, g) $m = 0{,}187\,5$, h) $n = 3$

Marcell második segédeszköze

120/2 Marcell felfedezése érvényes.
120/3 a) 3, b) 34,68, c) 200, d) 0,025
120/4 a) $a = -0{,}5$, b) $b = -74{,}1$, c) $c = -0{,}032$, d) $d = -\frac{1}{3}$, e) $e = 0{,}15$, f) $f = -\frac{1}{4}$, g) $g = \frac{1}{6}$, h) $h = 1{,}5$
120/5 a) $x : 4 = 0{,}5$; $x = 2$, b) $x \cdot 4 = 0{,}5$; $x = 0{,}125$, c) $4 : x = 0{,}5$; $x = 8$, d) $4 \cdot x = 0{,}5$; $x = 0{,}125$.

Bonyolultabb egyenletek

121/3 a) $a = 62$, b) $b = 26$, c) $c = 8{,}5$, d) $d = -15$, e) $e = 11{,}3$, f) $f = -6{,}2$
123/9 a) $a = -5{,}5$, b) $b = 5{,}3$, c) $c = -6{,}9$, d) $d = 5{,}1$, e) $e = -21$, f) $f = 10{,}13$
123/10 a) $a = -0{,}1$, b) $b = -1{,}76$, c) $c = 3{,}2$, d) $d = 4{,}155$, e) $e = -18$, f) $f = 51{,}56$
123/11 a) $x = -0{,}011$, b) $x = -0{,}47$, c) $x = 21$, d) $x = -0{,}91$, e) $x = -491{,}9$, f) $x = 1\,603{,}25$
123/12 a) 3, b) –5, c) –27, d)10, e) –16,3, f) 7,2
124/14 Az 1 603,25 az adott egyenlet gyöke.

További szöveges feladatok

125/3 64 €-ja maradt.
125/4 78 kg
126/6 Igen, helyesek.
126/8 Dórának 677 kártyája, Szilviának 563 kártyája van.
126/9 Ádámnak 36 plakátja, Tibornak 12 plakátja van.

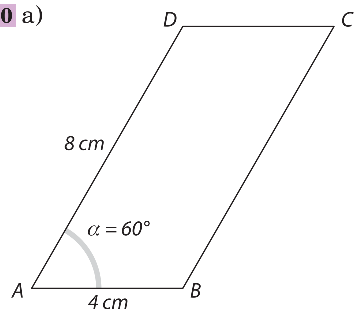
Szöveges feladatok és a megoldás ellenőrzése

127/2 Helyes a 261.
127/3 A 261 helyes.
127/4 A 261 helyes.
128/5 Dórának 324 kártyája, Tündének 388 kártyája van.
128/7 Egyik lehetőség sem helyes. Verának 24 €-ja, Lucának 96 €-ja van.
128/8 Nem igaz.
128/9 A Kedves jelölt 504 szavazatot, az Erős jelölt 252 szavazatot kapott.
128/10 Gyuszi bácsi 650 €-t, Janka néni 780 €-t keres.
128/11 Az egyik 78 €-t, a másik 130 €-t kapott.

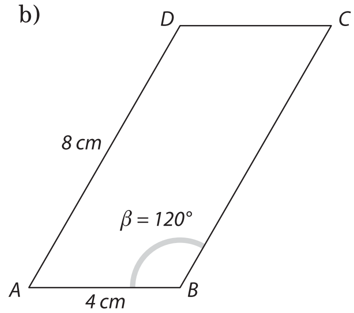
Sokszögek szerkesztése

Útmutatás alapján szerkesztünk

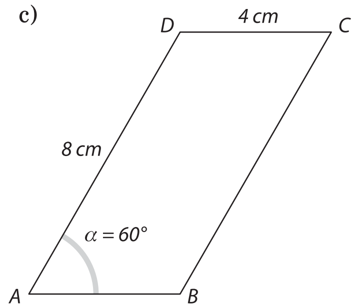
130/2 (Lásd az 1. ábrát!)
130/3 Minden B ponthoz két D pontot kapunk, tehát négy különböző D pontunk lesz: (Lásd a 2. ábrát!)
131/6 Mind a négy paralelogramma, mind a négyben az AB és a BD szakaszok hossza helyes. Csak két esetben lesz a DAB szög nagysága 48°.
133/10 a)



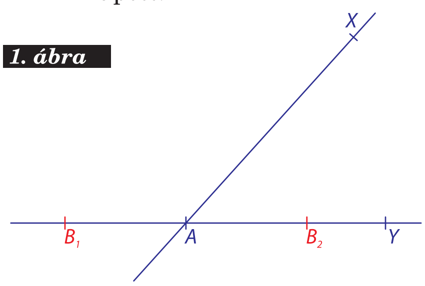
b)



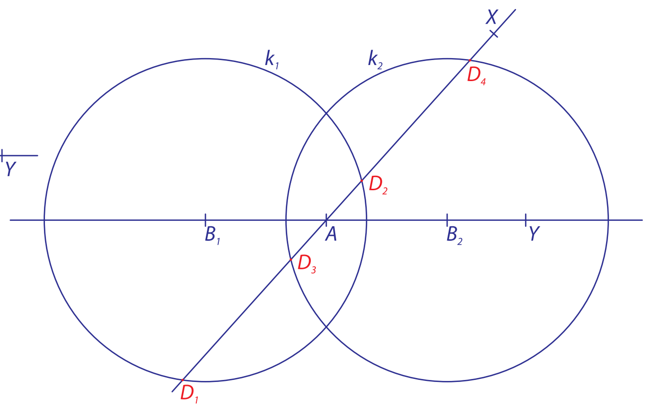
c)



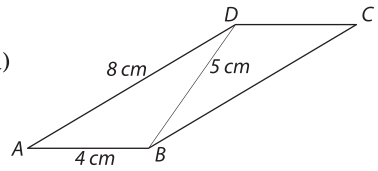
1. ábra



2. ábra

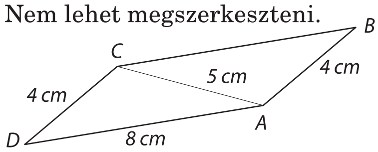


133/11 a)



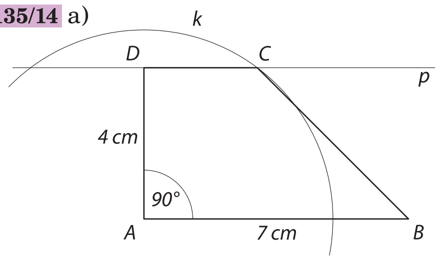
b) Nem lehet megszerkeszteni.

c)



134/13 Igen, mert a szomszédos szögek összege a közös szárnál a trapézban 180°-kal egyenlő. Tehát, ha az *ADC* szög nagysága 70°, akkor az *DAB* és az *ABC* szögek nagysága egyaránt 110°.

135/14 a)

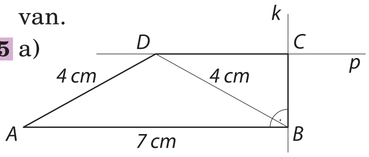


b) Lehetséges, hogy adott volt:
$|AB| = 7$ cm, $|AD| = 4$ cm,
$|AC| = 5$ cm, $|DAB\sphericalangle| = 90°$.

c) Egy *ABCD* négyszög. A *k* körvonalnak és a *p* egyenesnek még egy metszéspontja van, azonban így az *ABDC* négyszöget kapnánk (tehát olyan négyszöget, amelyben a csúcspontok a megadástól eltérő módon követik egymást).

d) A feladatnak egy megoldása van.

135/15 a)



b) Lehetséges, hogy adott volt:
$|AB| = 7$ cm, $|AD| = 4$ cm,
$|BD| = 4$ cm, $|ABC\sphericalangle| = 90°$.

c) Egy *ABCD* négyszög.

d) A feladatnak egy megoldása van.

Befejezzük a szerkesztést

136/1 Pl.: Restaurálni – eredeti állapotba hozni, felújítani. Restaurátor – az, aki restaurál.

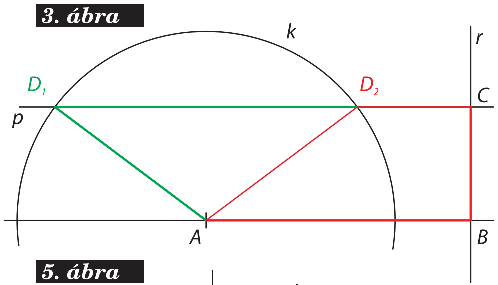
137/9 Mert a feladat az *ABCD* trapéz szerkesztése volt. Az ABD_2C_2 trapézban nem helyes a csúcspontok sorrendje.

137/10 **1.** *k* körvonal *A* középponttal és 5 cm sugárral.
2. A *D* pont, amely a *p* egyenes és a *k* körvonal metszéspontjában fekszik.
3. A *B* ponton átmenő *r* egyenes, amely merőleges az *AB* egyenesre.
4. *C* pont, amely az *r* és a *p* egyenesek metszéspontjában fekszik.
5. Az *ABCD* derékszögű trapéz.
Ábra: (Lásd a 3. ábrát!)
A feladatnak két megoldása van: $ABCD_1$ és $ABCD_2$.

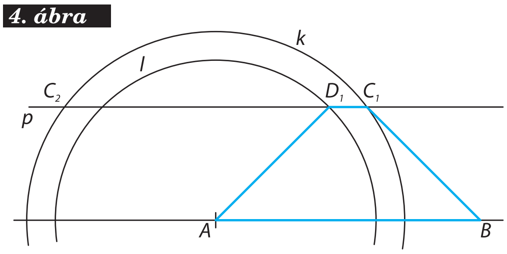
138/11 a) A szerkesztés menete:
1. *k* körvonal *A* középponttal és 5 cm sugárral.
2. *C* pont, amely a *p* egyenes és a *k* körvonal metszéspontjában fekszik.
3. *l* körvonal A középponttal és $|BC|$ sugárral.
4. *D* pont, amely a *p* egyenes és az *l* körvonal metszéspontjában fekszik.
5. *ABCD* egyenlő szárú trapéz.
Ábra: (Lásd a 4. ábrát!)
A feladatnak egy megoldása van. Ugyan C_1 és C_2 pontok jönnek létre (lásd az ábrát!), de a C_2 pont esetében nem szerkeszthető meg az egyenlő szárú trapéz.
b) A szerkesztés menete:
1. *k* körvonal *A* középponttal és 5 cm sugárral.
2. *C* pont, amely a *p* egyenes és a *k* körvonal metszéspontjában fekszik.
3. *r* egyenes, amely átmegy az *A* ponton és merőleges az *AB* egyenesre.
4. *D* pont, amely a *p* és az *r* egyenesek metszéspontjában fekszik.
5. *ABCD* derékszögű trapéz.
Ábra: (Lásd az 5. ábrát!)
A feladatnak egy megoldása van.
c) A szerkesztés menete:
1. *k* körvonal *A* középponttal és 5 cm sugárral.
2. *C* pont, amely a *p* egyenes és a *k* körvonal metszéspontjában fekszik.
3. *r* egyenes, amely átmegy az *A* ponton és párhuzamos a *BC* egyenessel.
4. *D* pont, amely a *p* és az *r* egyenesek metszéspontjában fekszik.
5. *ABCD* paralelogramma.
Ábra: (Lásd a 6. ábrát!)
A feladatnak két megoldása van: ABC_1D_1 és ABC_2D_2 paralelogrammák.

138/12 a) A szerkesztés menete:
1. *k* körvonal *A* középponttal és 5 cm sugárral.
2. *B* pont, amely a *p* egyenes és a *k* körvonal metszéspontjában fekszik.
3. *r* egyenes, amely átmegy a *C* ponton és merőleges a *BC* egyenesre.
4. *s* egyenes, amely átmegy az *A* ponton és párhuzamos a *BC* egyenessel.
5. *D* pont, amely az *r* és az *s* egyenesek metszéspontjában fekszik.
6. *ABCD* derékszögű trapéz.

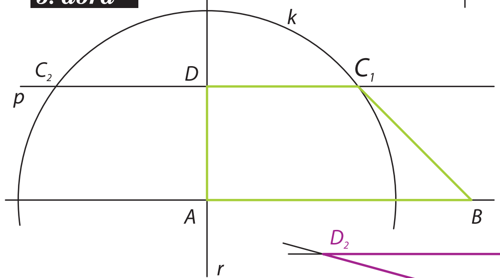
3. ábra



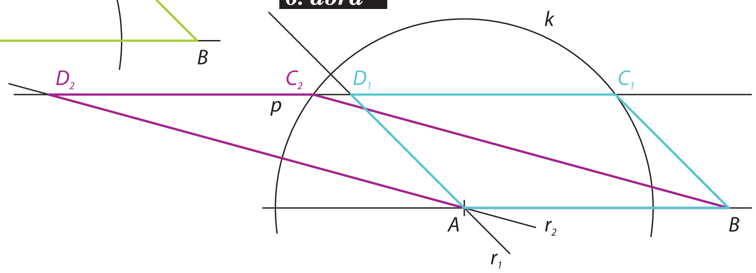
4. ábra



5. ábra

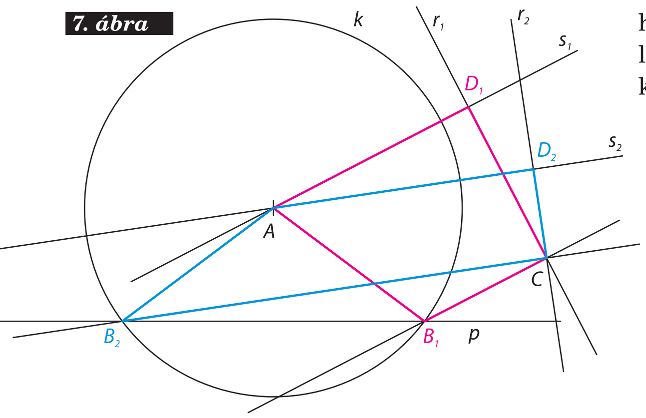


6. ábra

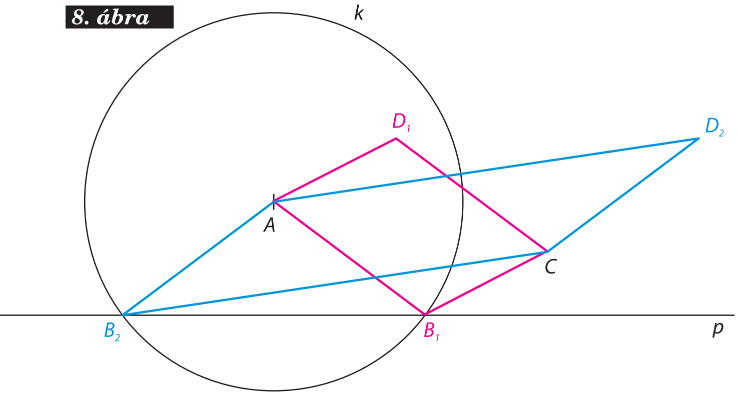


Ábra: (Lásd a 7. ábrát!)
A feladatnak 0, 1, 2 vagy végtelen sok megoldása van.
b) A szerkesztés menete:
1. k körvonal A középponttal és 5 cm sugárral.
2. B pont, amely a p egyenes és a k körvonal metszéspontjában fekszik.
3. r egyenes, amely átmegy a C ponton és párhuzamos az AB egyenessel.
4. s egyenes, amely átmegy az A ponton és párhuzamos a BC egyenessel.
5. D pont, amely az r és az s egyenesek metszéspontjában fekszik.
6. $ABCD$ paralelogramma.
Ábra: (Lásd a 8. ábrát!)
A feladatnak 0, 1 vagy 2 megoldása van.

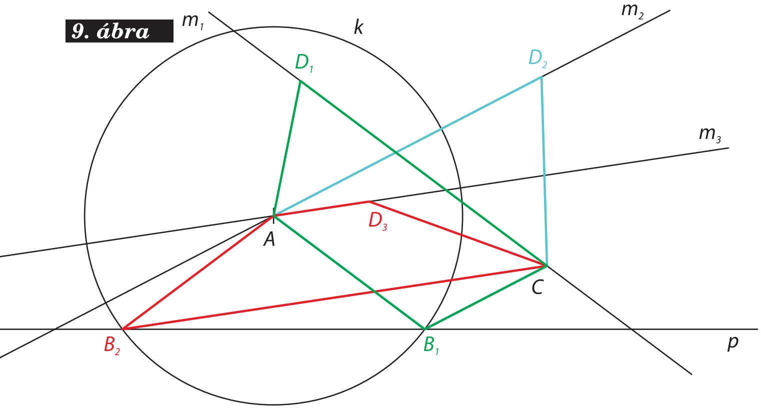
7. ábra



8. ábra

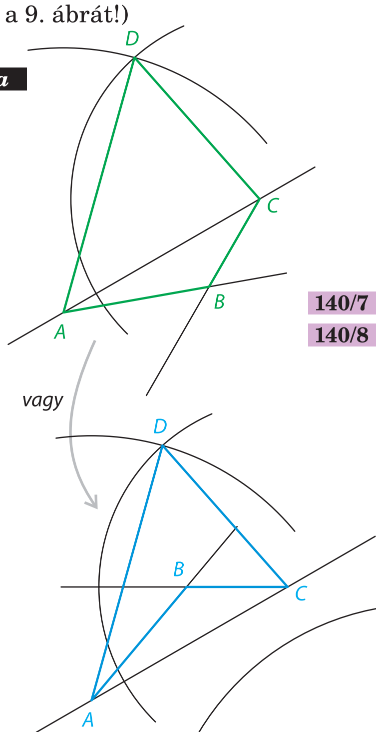


9. ábra



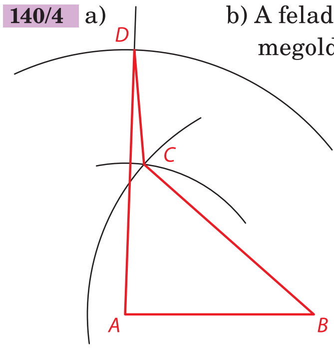
138/13 A szerkesztés menete:
1. k körvonal A középponttal és 5 cm sugárral.
2. B pont, amely a p egyenes és a k körvonal metszéspontjában fekszik.
Ha a BC az alap, akkor:
3. m egyenes, amely átmegy az A ponton és párhuzamos a BC egyenessel.
4. D pont, amely az m egyenesen fekszik úgy, hogy az AB és a CD hossza egyenlő legyen.
Ha az alap az AB, akkor:
3. m egyenes, amely átmegy az C ponton és párhuzamos az AB egyenessel.
4. D pont, amely az m egyenesen fekszik úgy, hogy az AD és a BC hossza egyenlő legyen.
5. $ABCD$ egyenlő szárú trapéz.
A feladatnak 0 – 4 megoldása van az A, C pontok és a p egyenes helyzetétől függően. Az ábrán levő helyzetben 3 megoldás jött ki: (Lásd a 9. ábrát!)

10. ábra



Részenként szerkesztünk

140/4 a)



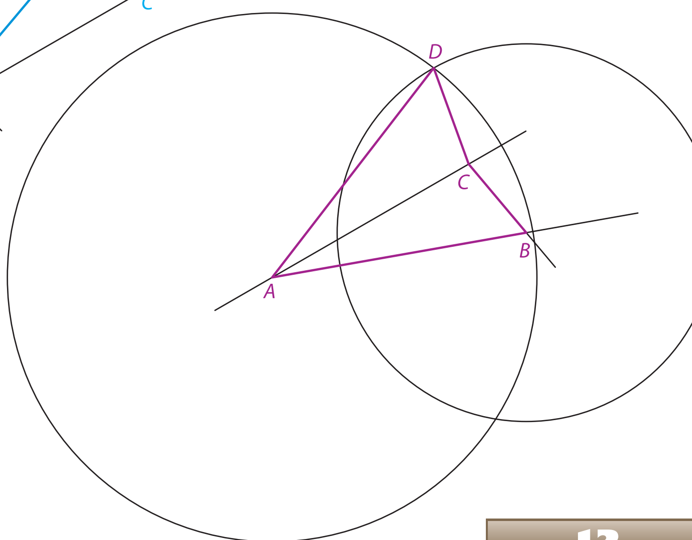
b) A feladatnak nincs megoldása.

140/5 Lásd a következő feladat megoldását!

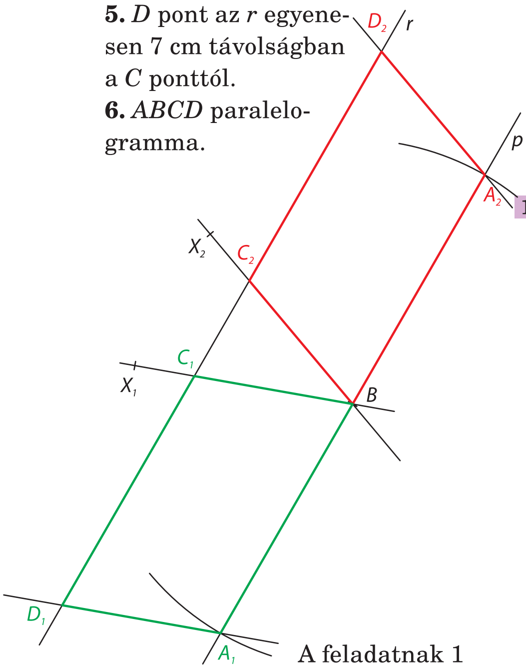
140/6 1. lehetőség: Az ACD háromszöggel kezdünk:
A szerkesztés menete:
1. ACD háromszög az ooo tétel alapján.
2. ABC háromszög a szosz tétel alapján.
3. $ABCD$ négyszög.
2. lehetőség: Az ABC háromszöggel kezdünk:
A szerkesztés menete:
1. ABC háromszög a szosz tétel alapján.
2. ACD háromszög az ooo tétel alapján.
3. $ABCD$ négyszög.
A feladatnak 2 megoldása van.
Ábrák – lásd a további feladat megoldását!

140/7 (Lásd a 10. ábrát!)

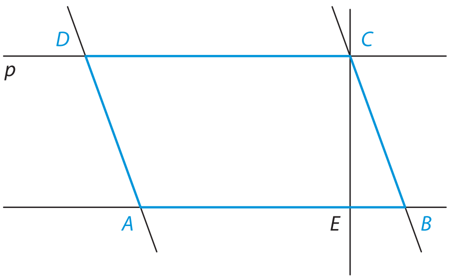
140/8 ABC háromszöggel.
A szerkesztés menete:
1. ABC háromszög a szosz tétel alapján.
2. ABD háromszög az ooo tétel alapján (az AB oldalt már megszerkesztettük).
3. $ABCD$ négyszög.



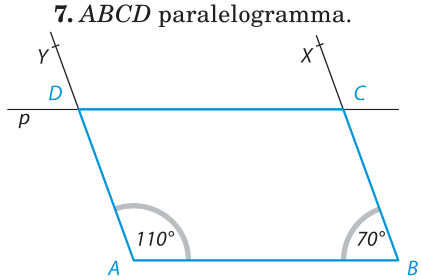
140/10 A szerkesztés menete:
a) **1.** p, r párhuzamos egyenesek, melyek távolsága 4 cm, a B pont illeszkedik a p egyenesre.
2. A pont a p egyenesen, a B ponttól 7 cm távolságban.
3. ABX szög, melynek nagysága 70°.
4. C pont, amely a BX félegyenes és az r egyenes metszéspontja.
5. D pont az r egyenesen 7 cm távolságban a C ponttól.
6. $ABCD$ paralelogramma.



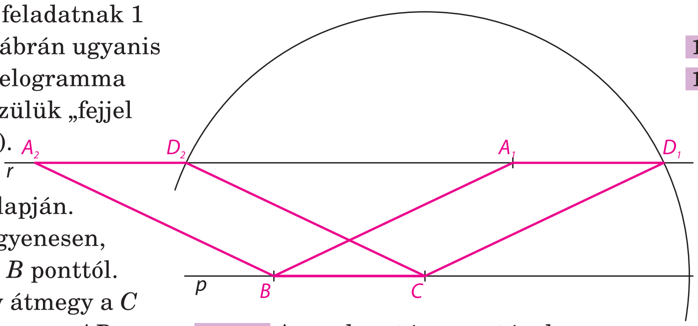
A feladatnak 1 megoldása van (az ábrán ugyanis két egyforma paralelogramma van, de az egyik közülük „fejjel lefelé" van fordítva).
b) **1.** BCE háromszög a szosz tétel alapján.
2. A pont a BE félegyenesen, 7 cm távolságban a B ponttól.
3. p egyenes, amely átmegy a C ponton és párhuzamos az AB egyenessel.
4. D pont a p egyenesen, 7 cm távolságra a C ponttól.
5. $ABCD$ paralelogramma.



141/11 **1.** AB oldal, melynek hossza 7 cm.
2. ABX szög, melynek nagysága 70°.
3. BAY szög, melynek nagysága 110°.
4. p egyenes, párhuzamos az AB egyenessel, tőle 4 cm távolságban.
5. C pont, amely a p egyenes és a BX félegyenes metszéspontja.
6. D pont, amely a p egyenes és az AY félegyenes metszéspontja.
7. $ABCD$ paralelogramma.

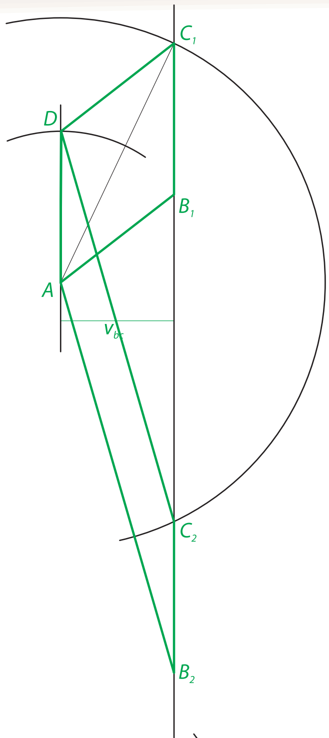


141/12 A szerkesztés menete:
1. p, r párhuzamos egyenesek, egymástól 3 cm távolságban.
2. B pont a p egyenesen.
3. C pont, amely a p egyenesen fekszik 4 cm távolságban a B ponttól.
4. D pont, amely az r egyenesen fekszik 7 cm távolságban a C ponttól.
5. A pont, amely az r egyenesen fekszik 4 cm távolságban a D ponttól.
6. $ABCD$ paralelogramma.

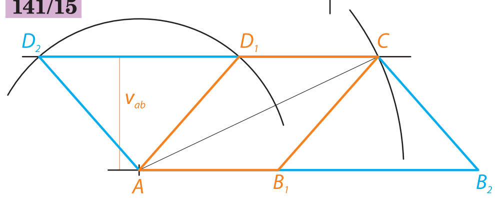


141/13 A szerkesztés menetének folytatása:
4. l körvonal C középponttal és 8 cm sugárral.
5. A pont, amely az s egyenes és az l körvonal metszéspontja.
6. r egyenes, amely átmegy az A ponton és párhuzamos a BC egyenessel.
7. D pont, amely a t és az r egyenesek metszéspontja.
8. $ABCD$ paralelogramma.
Két különböző paralelogramma jön létre, tehát a feladatnak 2 megoldása van. A menet 3. pontjában, a keletkezett másik pontot nem vesszük figyelembe, mert egybevágó paralelogrammákat kapnánk.

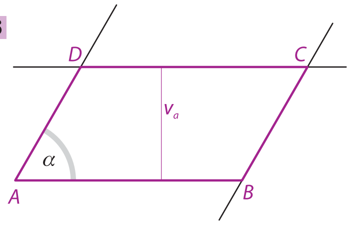
141/14



141/15



141/16



141/17 Nem lehet megszerkeszteni.

141/18